

"Kopplung von Druck- und Temperaturwellen bei
thermischer und bei mechanischer Schallanregung
im supraflüssigen Helium II"

D i s s e r t a t i o n
zur Erlangung des Grades

" D o k t o r d e r N a t u r w i s s e n s c h a f t e n "

am Fachbereich Physik
der Johannes Gutenberg-Universität

Uwe Sievers
geb. in Litzmannstadt

Mainz 1976

"Kopplung von Druck- und Temperaturwellen bei
thermischer und bei mechanischer Schallanregung
im supraflüssigen Helium II"

D i s s e r t a t i o n
zur Erlangung des Grades

" D o k t o r d e r N a t u r w i s s e n s c h a f t e n "

am Fachbereich Physik
der Johannes Gutenberg-Universität

Uwe Sievers
geb. in Litzmannstadt

Mainz 1976



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41556033_0017

erster Berichterstatter: Prof. Schubert

zweiter Berichterstatter: Prof. Knorr

Tag der mündlichen Prüfung: 14. 12. 1976

Für Jan



Inhalt	Seite
Bezeichnungen	3
Verzeichnis der Abbildungen	4
Einleitung	6
Kap. I Theorie zur Kopplung von Druck- und Temperaturwellen im supraflüssigen He II	7
1. Die thermohydrodynamischen Gleichungen, erster und zweiter Schall	7
2. Die Lifschitzkoeffizienten	9
3. Exakte Ausdrücke für die Lifschitzkoeffizienten	10
4. Thermische Schallanregung	15
5. Mechanische Schallanregung	18
6. Wahl der Bezugsgrößen	19
Kap. II Elemente der Meßanordnungen, Eichverfahren	21
1. Der Kryostat, grundsätzliches Meßverfahren	21
2. Der mechanische Sender und Empfänger	22
2.1. Eichung des Mikrofons nach der "Selbst-reziprozitätsmethode"	25
3. Der thermische Sender	27
4. Ermittlung der Sendestärke eines thermischen Senders mit Hilfe nichtlinearer Effekte	30
4.1. Erste Methode	34
4.2. Zweite Methode	35
4.3. Durchführung der Messungen	39
4.4. Ergebnisse und Resümee	41
5. Der thermische Empfänger	44
5.1. Statische Empfindlichkeitsbestimmung	45
5.2. Widerstandssprünge und Hysterese	47
5.3. Dynamische Empfindlichkeitsbestimmung	48
Kap. III Nachweis der Druckamplituden p_1' und p_2' bei thermischer Anregung	51
1. Die Meßanordnung	51
2. Ergebnisse für p_1' (Relativmessung)	53
2.1. p_1' in der Nähe von T_λ	55
3. Das Signal p_2'	58
3.1. Die Resonanzmethode und der Einfluß der Wandreibung	61

	Seite
4. p_1' im Verhältnis zu S_0 (Absolutmessung)	63
4.1. Folgerungen für die Sendestärke der Chromschicht	65
5. Ergebnisse anderer Autoren für p_1' und p_2'	67
6. p_1' zwischen 0.8 K und 1.3 K und die Nullstelle T_0^p	71
Kap. IV Die Signale T_1' und T_2' bei mechanischer Schallanregung	77
1. Die Meßanordnung	77
2. Ergebnisse für T_1' (Relativmessung)	78
3. Nachweis des Signals T_2'	80
4. Absolutbestimmung von T_1'/v_0	81
5. Vergleich mit der Theorie und den Ergebnissen anderer Autoren	85
V. Zusammenfassung	87
Anhang A	89
1. Herleitung der Form (I,4) der Lifschitzkoeffizienten	89
2. Beweis der Beziehung (I,6)	93
3. Die Lifschitzkoeffizienten bei Berücksichtigung sämtlicher Viskositäten	94
4. Der Einfluß der Viskositätskoeffizienten auf die Kopplung	101
5. Die Empfindlichkeit eines Kondensatormikrofons für zweiten Schall	103
Anhang B	111
Tabelle der den praktischen Berechnungen zugrundegelegten Meßwerte für das He II	
Anhang C	112
Literaturverzeichnis	
Lebenslauf	114
Danksagung	115

Bezeichnungen

He^3, He^4 verschiedene Isotope des Elementes Helium

Helium II (He II) supraflüssige Phase des He^4

T_λ Temperatur des Phasenüberganges zur Superfluidität

ρ Dichte des He II

ρ_s Dichte der supraflüssigen Komponente

ρ_n Dichte der normalflüssigen Komponente

T absolute Temperatur

p Druck

σ Entropie pro Masseneinheit

μ chemisches Potential pro Masseneinheit

$\vec{j}$ Massenstromdichte

$\vec{v}_s$ Geschwindigkeit der supraflüssigen Komponente des He II

$\vec{v}_n$ Geschwindigkeit der normalflüssigen Komponente

$p_0, T_0, \rho_0, \dots$ Werte der Variablen im thermodynamischen Gleichgewicht. Wo keine Mißverständnisse zu befürchten sind, ist der Index 0 manchmal fortgelassen.

$p', T', \dots$ der Strich bezeichnet stets die Abweichung vom Gleichgewicht.

α_p thermischer Ausdehnungskoeffizient $-\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$

c_p, c_v spezifische Wärme bei konstantem Druck bzw. Volumen

δ Verhältnis c_p/c_v

u_1, u_2 thermodynamische Geschwindigkeit des ersten und zweiten Schalls bei Vernachlässigung dissipativer Terme, aber Berücksichtigung von α_p

u_{16} adiabatische Schallgeschwindigkeit $(=\sqrt{(\partial p/\partial \rho)_\epsilon})$

u_{1T} isotherme Schallgeschwindigkeit $(=\sqrt{(\partial p/\partial \rho)_T})$

$u_{20} = \frac{\rho_s}{\rho_n} \cdot G \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial \sigma} \right)_p$; thermodynamische Näherung für u_2 . Im Gegensatz dazu bezeichnet u_{20} im Kap. II.4 über nichtlineare Schallausbreitung die Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Profilkpunktes mit verschwindender Profilhöhe.

$p_1', v_{s2}', T_2', v_{n1}', \dots$ Amplituden einer Schallwelle. Der Index 1 bzw. 2 gibt an, ob es sich um ersten oder zweiten Schall handelt.

$\tilde{p}_1, \tilde{T}_1$ vom jeweiligen Schallempfänger abgegebenen Spannungsamplituden

Z akustische Impedanz $\approx \rho u_1$

Z_2 thermische Impedanz $\approx 1/(\rho \cdot c \cdot u_2)$

R_{AB} thermischer Grenzflächenwiderstand (Kapitza-Widerstand) zwischen A und B.

Verzeichnis der Abbildungen

	Seite
Abb. I,1 Temperaturverlauf des Parameters Δ_1	11
" I,2 Temperaturverlauf des Parameters Δ_2	12
" I,3 Zur Zuordnung der Variablen bei der Kopp- lung	20
Abb.II,1 Schallausbreitungsrohr mit Sender und Empfänger	23
" II,2 Chromschicht mit Pertinax-Halterung	27
" II,3 Verzerrung eines Wellenprofils bei nicht- linearer Schallausbreitung	30
" II,4 Der Koeffizient α_2 der nichtlinearen Aus- breitung des zweiten Schalls	31
" II,5 Oszillogramme von thermisch angeregtem zweiten Schall	32
" II,6 Zur Ermittlung der zeitlichen Ableitung des Empfangssignals	35
" II,7 Verzerrung des Empfangssignals bei sinus- förmigem Sendesignal	37
" II,8 Schaltung des Senders zur Absolutbestim- mung der Sendestärke nach der ersten nichtlinearen Methode	40
" II,9 Ergebnisse für die Sendestärke $S(\omega)$ der Chromschicht, bestimmt durch nichtline- are Effekte	43
" II,10 Schaltung zum Empfang von Temperatursignalen und zur Bestimmung der statischen Empfind- lichkeit der Al-schicht	45
" II,11 Hysterese in der Empfindlichkeits-Strom- charakteristik der Al-schicht bei ver- schiedenenen Temperaturen	47
" II,12 Zur Empfindlichkeitsbestimmung der Al- schicht	50
Abb.III,1 Blockschaltbild der Meßanordnung zum Nach- weis der Druckamplituden p_1 und p_2	51
III,2 Die vom Kondensatormikrofon bei thermischer Schallanregung registrierte Spannungsam- plitude $\tilde{p}_1$	54

	Seite
Abb. III,3 Oszillogramme der Druckamplituden p_1' und p_2'	57
" III,4 Ausbreitungsgeschwindigkeit der Druckamplitude p_2' im Vergleich zu u_2	59
" III,5 Amplitudenverhältnis p_1'/p_2'	60
" III,6 p_2' , gemessen mit der Resonanzmethode, im Vergleich zur Theorie mit Wanddämpfung	62
" III,7 Absolutbestimmung von p_1'/S_0	64
" III,8 p_1'/S_0 und p_2'/S_0 im Vergleich zu der Theorie und den Ergebnissen anderer Autoren	68
" III,9 Dichteamplitude p_2' des zweiten Schalls	69
" III,10 p_1'/S_0 zwischen 0.8 K und 1.3 K	72
" III,11 Oszillogramme von p_1' in der Nähe von T_{ap}^0	74
" III,12 Bestimmung der Nullstelle T_{ap}^0	75
Abb. IV,1 Blockschaltbild zum Nachweis von T_1' und T_2'	77
" IV,2 Die von der Al-schicht registrierte Spannungsamplitude $\tilde{T}_1'$	79
" IV,3 Ausbreitungsgeschwindigkeit des Signals T_2' im Vergleich zu u_2	80
" IV,4 Absolutbestimmung von T_1'/v_0	82
" IV,5 T_1'/v_0 und T_2'/v_0 im Vergleich zur Theorie und Ergebnisse von Fritz u. Pollack für T_2'/v_0	84
" IV,6 T_2'/v_0 nach Fritz u. Pollack	86

Einleitung

Das Thema der Kopplung von Druck- und Temperaturwellen im supraflüssigen He II, das mit dieser Arbeit wieder aufgegriffen wird, hat verschiedene Aspekte:

Bereits 1944 hat E. M. Lifschitz [2] gezeigt, daß der zweite Schall im He II, der in der Hauptsache eine Temperatur- und Entropiewelle ist, auch eine Druckamplitude haben sollte. Ein weiterer Aspekt der Kopplung ist, daß von einem periodisch aufgeheizten Körper, der sich im He II befindet, neben dem zweiten Schall auch erster Schall abgestrahlt wird.

Zum Verständnis der Problemstellung der vorliegenden Arbeit ist ein Rückblick auf frühere Untersuchungen zur Kopplung erforderlich:

Die beiden oben erwähnten Phänomene sind 1970 in zwei experimentellen Arbeiten von Hofmann u. a. [8] und von Fritz u. Pollack [9] ausführlich behandelt worden, jedoch stehen die Ergebnisse für die Druckamplitude des zweiten Schalls in beiden Arbeiten im Widerspruch zur Theorie nach Lifschitz. Bei der Suche nach den Ursachen für die Diskrepanzen wurde von Rudnick [12] bezüglich der Hofmannschen Arbeit die Vermutung geäußert, daß die fragwürdigen Ergebnisse durch eine Störung des Schallfeldes durch den Empfänger selbst zustande gekommen sind. Später konnte Wupperfeld [13] in einer theoretischen Untersuchung zeigen, daß am Hofmannschen Empfangsmikrofon aufgrund einer konstruktiven Eigenart tatsächlich die Druckamplitude des zweiten Schalls verfälscht wird, beides Hinweise darauf, daß die Diskrepanzen zur Theorie wahrscheinlich nicht zu ernst genommen werden dürfen.

Hauptziel der vorliegenden Arbeit ist, durch eine erneute Messung der Druckamplitude des zweiten Schalls mit einem verbesserten Mikrofon zur endgültigen Klärung des Sachverhaltes beizutragen. Darüber hinaus erscheint eine Erweiterung des bisherigen Meßbereichs auf Temperaturen unter 1.0 K wünschenswert.

Schließlich, aber nicht zuletzt, sollen zwei weitere Aspekte der Kopplung von Druck- und Temperaturwellen untersucht werden, die bisher experimentell überhaupt nicht bzw. nur unzureichend behandelt worden sind: die Temperaturamplitude des ersten Schalls und die Anregung von zweitem Schall durch eine vibrierende Oberfläche.

Kap. I. Theorie zur Kopplung von Druck- und Temperaturwellen im supraflüssigen He II

1. Die thermohydrodynamischen Gleichungen, erster und zweiter Schall

Ausgangspunkt für die Überlegungen zur Ausbreitung und Anregung von Schallwellen im supraflüssigen He II sind die thermohydrodynamischen Gleichungen des sogenannten Zweiflüssigkeitsmodells. In linearisierter Form und bei Vernachlässigung dissipativer Prozesse lauten diese Gleichungen

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} &= 0 \\ (I,1) \quad \frac{\partial(\rho s)}{\partial t} + \rho s \operatorname{div} \vec{v}_n &= 0 \\ \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \operatorname{grad} p &= 0 \\ \frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} + \operatorname{grad} \mu &= 0. \end{aligned}$$

In vorstehender Form ist dieses Gleichungssystem bereits von Landau [1] angegeben worden. Zur Erläuterung ist noch zu sagen, daß die benutzten Symbole in einer Tabelle am Anfang dieser Arbeit erklärt werden.

Sucht man Lösungen von (I,1) in Form von ebenen Wellen, so findet man zwei solcher Lösungen, die erster und zweiter Schall genannt werden, während in gewöhnlichen Flüssigkeiten nur eine Schallwelle existiert.

Diese beiden Schalltypen im He II unterscheiden sich nicht nur durch ihre Ausbreitungsgeschwindigkeiten, sondern sind auch von ganz verschiedenem Charakter:

a) erster Schall

Er entspricht dem gewöhnlichen Schall in normalen Flüssigkeiten. Vernachlässigt man in (I,1) den thermischen Ausdehnungskoeffizienten

$$\alpha_p := -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p,$$

so findet man, daß der erste Schall eine reine Druck- und Dichtewelle ohne Temperaturschwankungen ist und daß im ersten Schall die Normalflüssigkeit und die Supraflüssigkeit im Gleichtakt schwingen. Seine Ausbreitungsgeschwindigkeit ist wie beim gewöhnlichen Schall der klassischen Hydrodynamik gegeben durch

$$u_1^2 \approx \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_\epsilon .$$

b) zweiter Schall

Hierfür gibt es kein klassisches Analogon. Wiederum bei Vernachlässigung des thermischen Ausdehnungskoeffizienten α_p ist der zweite Schall eine reine Temperaturwelle ohne Druck- und Dichteschwankungen, in der die Normal- und die Supraflüssigkeit im Gegentakt schwingen, so daß die Massenstromdichte $\vec{j} = \rho_n \cdot \vec{v}_n + \rho_s \cdot \vec{v}_s$ stets Null ist. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des zweiten Schalls ist gegeben durch

$$u_2^2 \approx \frac{\rho_s}{\rho_n} \cdot c^2 \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right)_\rho .$$

Diese klare Gegensätzlichkeit zwischen erstem und zweitem Schall verschimmt ein wenig, wenn man im Gleichungssystem (I,1) den Einfluß des thermischen Ausdehnungskoeffizienten berücksichtigt. Zunächst einmal erhält man modifizierte Ausdrücke für die Schallgeschwindigkeiten. Dingle [3] gibt an

$$(I,2) \quad u_{1,2}^2 = \frac{u_{1\epsilon}^2 + u_{20}^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{u_{1\epsilon}^2 - u_{20}^2}{2} \right)^2 + u_{20}^2 \cdot (u_{1\epsilon}^2 - u_{1T}^2)}$$

mit den Abkürzungen

$$u_{1\epsilon}^2 := \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_\epsilon ; u_{1T}^2 := \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T ; u_{20}^2 := \frac{\rho_s}{\rho_n} c^2 \left(\frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right)_\epsilon .$$

In normalen Flüssigkeiten wären $u_{1\epsilon}$ und u_{1T} die Ausbreitungsgeschwindigkeiten einer Schallwelle unter rein adiabatischen bzw. rein isothermen Bedingungen.

Darüber hinaus aber zeigt sich, daß der erste Schall keine reine Druck- und Dichtewelle ist, denn er hat auch eine klei-

ne Temperaturamplitude. Und der zweite Schall ist keine reine Temperaturwelle, sondern in ihm oszilliert auch der Druck und die Dichte. Auch der Gleichtakt zwischen Normal- und Supraflüssigkeit im ersten Schall sowie das Verschwinden der Massenströmdichte im zweiten Schall gelten nur näherungsweise.

2. Die Lifschitzkoeffizienten

Genauer untersucht worden ist der Einfluß des thermischen Ausdehnungskoeffizienten α_p auf die Ausbreitung und die Anregung von Schallwellen im He II von E. Lifschitz in einer Arbeit aus dem Jahre 1944 mit dem Titel

"Radiation of Sound in Helium II" [2].

Diese Abhandlung ist für die vorliegende Arbeit die wichtigste theoretische Grundlage.

Lifschitz geht aus von dem linearisierten Gleichungssystem (I,1) und macht für die Variablen einen Ansatz in Form ebener Wellen. Nun oszillieren in der ebenen Welle zwar sowohl der Druck als auch die Temperatur und die Geschwindigkeiten v_n und v_s , linear unabhängig ist aber nur die Amplitude einer einzigen Variablen. Lifschitz wählt als unabhängige Größe die Geschwindigkeit der Supraflüssigkeit v_s (genauer: die Komponente der Geschwindigkeit in Ausbreitungsrichtung der Welle) und drückt die anderen Variablen durch ihr Verhältnis zu v_s aus. Die so für ersten Schall (Index $i=1$) und zweiten Schall (Index $i=2$) definierten Proportionalitätskoeffizienten

$$v_{ni} =: a_i \cdot v_{si}$$

$$(\text{Def. I,3}) p'_i =: b_i \cdot v_{si} \quad i \in \{1,2\}$$

$$T'_i =: c_i \cdot v_{si}$$

haben sich als sehr nützlich erwiesen, und es hat sich eingebürgert, sie als Lifschitzkoeffizienten zu bezeichnen.

3. Exakte Ausdrücke für die Lifschitzkoeffizienten

Lifschitz selbst gibt für seine Koeffizienten die folgenden Ausdrücke an:

$$a_1 = 1 + \frac{\alpha_p \rho}{\sigma \rho_s} \cdot \frac{u_1^2 u_2^2}{(u_1^2 - u_2^2)} ; \quad b_1 = \rho u_1$$

$$(I, 4a) \quad c_1 = \frac{\alpha_p T}{C} \cdot \frac{u_1^3}{(u_1^2 - u_2^2)}$$

$$a_2 = -\frac{\rho_s}{\rho_n} + \frac{\alpha_p \rho}{\sigma \rho_n} \cdot \frac{u_1^2 u_2^2}{(u_1^2 - u_2^2)}$$

$$b_2 = \frac{\alpha_p \rho}{\sigma} \cdot \frac{u_1^2 u_2^3}{(u_1^2 - u_2^2)} ; \quad c_2 = -\frac{u_2}{\sigma}.$$

Für die meisten Zwecke sind diese Näherungen ausreichend genau, jedoch insbesondere für Betrachtungen in der Nähe des λ -Punktes, wo α_p sehr stark anwächst und möglicherweise divergiert, erscheint die Kenntnis streng gültiger Ausdrücke wünschenswert. Bei der exakten Lösung des Gleichungssystems (I,1) zeigt sich, daß die Koeffizienten sich auf eine sehr einfache Form bringen lassen, wenn man einen geeigneten dimensionslosen Parameter einführt. Sie lauten

$$(I, 4) \quad \left. \begin{aligned} a_1 &= 1 + \frac{\rho_o}{\rho_{no}} \cdot \frac{\Delta_1}{1 - \Delta_1} = -\frac{\rho_{so}}{\rho_{no}} + \frac{\rho_o}{\rho_{no}} \cdot \frac{1}{1 - \Delta_1} \\ b_1 &= u_1 \rho_o \left(1 + \frac{\Delta_1}{1 - \Delta_1} \right) \\ c_1 &= \frac{u_1}{\sigma_o} \cdot \frac{\Delta_1}{1 - \Delta_1} \end{aligned} \right\} \quad i \in \{1, 2\}$$

wobei der Parameter Δ_1 zu definieren ist durch

$$(Def. I, 5) \quad \Delta_1 := \frac{u_1^2 - u_{1\sigma}^2}{u_{1\sigma}^2} \cdot \frac{\rho_{no} \cdot c_p}{\rho_{so} \cdot T_o \cdot \sigma_o \cdot \alpha_p} \equiv \frac{u_1^2 - u_{1\sigma}^2}{u_{1\sigma}^2} \cdot \frac{\sigma_o \cdot \gamma}{u_{2o}^2 \cdot \alpha_p}.$$

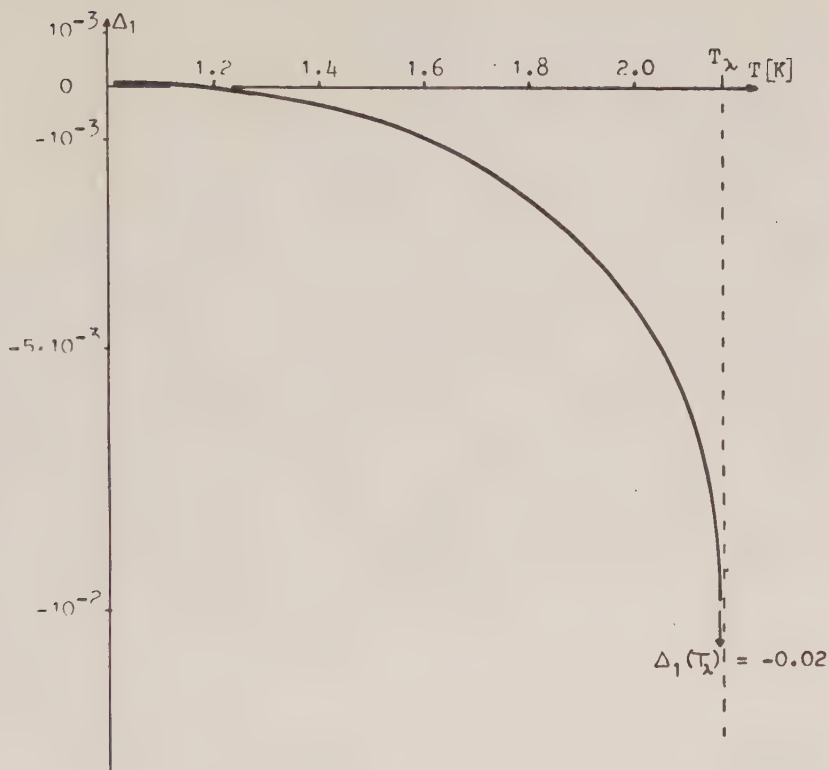


Abb. I, 1

Temperaturverlauf des Parameters Δ_1 .

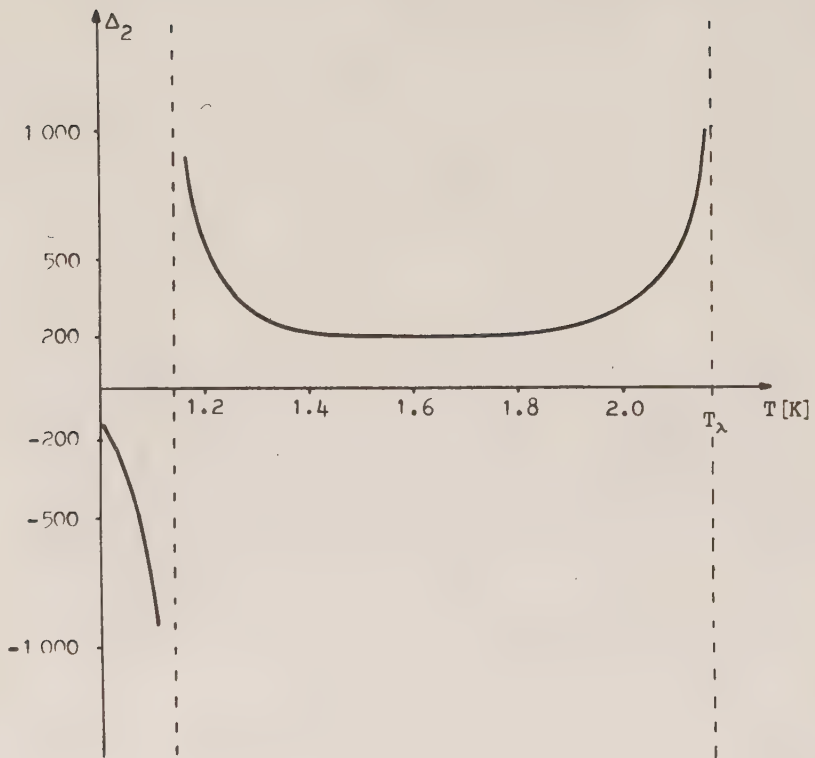


Abb. I, 2

Temperaturverlauf des Parameters Δ_2 .

Die Verifikation der Ausdrücke (I,4) erfolgt im Anhang A1. Die Parameter Δ_1 , deren Temperaturverlauf in der Abb. I,1 u. 2 wiedergegeben ist, lassen sich anschaulich deuten, wenn man die Massenstromdichte im ersten und zweiten Schall von verschiedenen Bezugssystemen aus betrachtet: einmal von dem System, das sich mit der Geschwindigkeit v_s mit der Supraflüssigkeit mitbewegt und in dem die Massenstromdichte $j_o = \rho_n \cdot (v_n - v_s)$ ist, und einmal vom Ruhesystem der Gesamtflüssigkeit aus (Massenstromdichte $j = \rho_n \cdot v_n + \rho_s \cdot v_s$): Δ_1 ist gleich dem Quotienten j_{o1}/j_1 ¹⁾. Aus dieser Deutung wird wegen $j_{o1} \ll j_1$ und $j_2 \ll j_{o2}$ sofort klar, daß Δ_1 eine sehr kleine Größe ist, während Δ_2 viel größer als eins sein muß. In der Tat ist Δ_1 Null bei etwa 1.14 K (hier verschwindet α_p), erreicht -10^{-3} bei 1.6 K und hat am λ -Punkt einen Maximalbetrag von lediglich 0.02. Δ_2 hat zwei Unendlichkeitsstellen bei 1.14 K und T_λ und ist dazwischen überall größer als 200.

Für die praktische Berechnung von Δ_1 , für die die Definition (I,5) wegen $u_1 \approx u_{16}$ ungeeignet ist, erweist sich die im Anhang A2 bewiesene Formel

$$(I,6) \quad \frac{\rho_s}{\rho_n} \cdot \Delta_1 \cdot \Delta_2 = -1,$$

durch die Δ_1 auf Δ_2 zurückgeführt wird, als sehr nützlich. Den Übergang von (I,4) zu der von Lifschitz angegebenen Form (I,4a) der Koeffizienten a_1 , b_1 und c_1 erhält man durch die Näherungen

$$\frac{\Delta_1}{1-\Delta_1} \approx \Delta_1 = - \frac{\rho_{so}}{\rho_{so}} \cdot \frac{1}{\Delta_2} = \frac{\rho_{so}}{\rho_{so}} \cdot \frac{\mu_{1s} \mu_{2s} \alpha_p}{\epsilon_p \gamma (\mu_{1s}^2 - \mu_{10}^2)} \approx \begin{cases} \frac{\rho_n}{\rho_s} \cdot \frac{\mu_1 \mu_2 \alpha_p}{\epsilon (\mu_1^2 - \mu_2^2)} \text{ für } a \\ \frac{\mu_1^2}{(\mu_1^2 - \mu_2^2)} \cdot \frac{T \epsilon \alpha_p}{C} \text{ für } c \end{cases}$$

$$\frac{\Delta_2}{1-\Delta_2} \approx -1 + \frac{1}{\Delta_2} = -1 + \frac{\mu_{1s} \mu_{2s} \alpha_p}{\epsilon_p \gamma (\mu_{1s}^2 - \mu_{10}^2)} \approx \frac{\mu_1 \mu_2 \alpha_p}{\epsilon (\mu_1^2 - \mu_2^2)} \text{ für } a_2, b_2.$$

1) Der Beweis für diese Deutung ist mit den Koeffizienten (I,4) einfach zu führen. Es gilt

$$\frac{j_{oi}}{j_i} = \frac{\rho_n (v_{ni} - v_{si})}{\rho_n v_{ni} + \rho_s v_{si}} = \frac{\rho_n (a_i - 1)}{\rho_n a_i + \rho_s} = \frac{\rho_n \cdot \frac{p}{1-\Delta_i} \cdot \frac{\Delta_i}{1-\Delta_i}}{-\rho_s + \frac{p}{1-\Delta_i} + \rho_s} = \Delta_i$$

Interessanterweise werden in einer russischen Arbeit aus dem Jahre 1970 [4], die sich mit der Kopplung von Schallwellen in He^3 - He^4 -Gemischen befaßt, Lifschitzkoeffizienten angegeben, die formal eine große Ähnlichkeit mit den hier für reines He^4 gefundenen Koeffizienten (I,4) aufweisen. Identifiziert man für die He^3 -Konzentration $c = 0$ den dort eingeführten Parameter μ mit unserem Δ_1 (der von den Autoren für μ angegebene Ausdruck scheint u_2^2 gegenüber u_1^2 zu vernachlässigen) und drückt Δ_2 über die Beziehung (I,6) durch Δ_1 aus, so stimmen die dortigen Koeffizienten a_1 , a_2 , b_1 , b_2 mit unseren überein. Rein formal besteht diese Übereinstimmung sogar für Konzentrationen $c \neq 0$. Die Koeffizienten c_1 und c_2 in [4] haben zwar eine von (I,4) abweichende Form, für die Konzentration $c = 0$ aber stimmen auch sie bei Vernachlässigung von u_2^2 gegenüber u_1^2 mit den Koeffizienten dieser Arbeit überein.

4. Thermische Schallanregung

Unter thermischer Schallanregung soll die Anregung durch eine masseundurchlässige ruhende, aber periodisch aufgeheizte ebene Fläche verstanden werden. Ein solcher Sender strahlt ebene Wellen in Normalenrichtung ab. Wegen der Masseundurchlässigkeit muß am Ort des Senders die Randbedingung

$$\text{Rdbdg. (I,7)} \quad \vec{j} \cdot \vec{n} = 0 \quad (\vec{n} = \text{Normalenvektor der Fläche})$$

erfüllt sein. Da im zweiten Schall, wie bereits ausgeführt, $\vec{j} \neq 0$ ist, kann (I,7) nur dadurch erfüllt werden, daß vom thermischen Sender neben dem zweiten Schall auch erster Schall abgestrahlt wird. (I,7) legt das Amplitudenverhältnis der beiden Wellen fest:

$$(I,7) \quad j = j_1 + j_2 = \rho_{no} \cdot (v_{n1} + v_{n2}) + \rho_{so} \cdot (v_{s1} + v_{s2}) = 0$$

$$(\rho_{no} \cdot a_1 + \rho_{so}) \cdot v_{s1} + (\rho_{no} \cdot a_2 + \rho_{so}) \cdot v_{s2} = 0$$

$$(I,8a) \quad \left(\frac{v_{s2}}{v_{s1}} \right)_{\text{therm}} = - \frac{\rho_{no} \cdot a_1 + \rho_{so}}{\rho_{no} \cdot a_2 + \rho_{so}} .$$

Und setzt man die Ausdrücke (I,4) für die Koeffizienten a_1 ein, so folgt

$$(I,8) \quad \left(\frac{v_{s2}}{v_{s1}} \right)_{\text{therm}} = - \frac{1 - \Delta_2}{1 - \Delta_1} .$$

Mit Hilfe der Formel (I,8) ist es ein leichtes, die relativen Druck- und Temperaturamplituden sowie das Intensitätsverhältnis des vom thermischen Sender angeregten ersten und zweiten Schalls zu bestimmen.

Verhältnis der Druckamplituden:

$$(I,9) \quad \left(\frac{p_1}{p_2} \right)_{\text{therm}} = \frac{b_1}{b_2} \cdot \left(\frac{v_{s1}}{v_{s2}} \right)_{\text{therm}} = \frac{\frac{\mu_1 \rho_0}{1 - \Delta_1} \cdot \left(- \frac{1 - \Delta_1}{1 - \Delta_2} \right)}{\frac{\mu_2 \rho_0}{1 - \Delta_2}} = - \frac{u_1}{u_2} .$$

Verhältnis der Temperaturamplituden:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)_{\text{therm}} = \frac{c_1}{c_2} \cdot \left(\frac{v_{s1}}{v_{s2}}\right)_{\text{therm}} = \frac{\frac{\mu_1}{\epsilon_0} \cdot \frac{\Delta_1}{1-\Delta_1}}{\frac{\mu_2}{\epsilon_0} \cdot \frac{\Delta_2}{1-\Delta_2}} \cdot \left(-\frac{1-\Delta_1}{1-\Delta_2}\right)$$

$$(I, 10) \quad \left(\frac{T_1}{T_2}\right)_{\text{therm}} = -\frac{u_1}{u_2} \cdot \frac{\Delta_1}{\Delta_2}.$$

Die Berechnung der Intensitäten I_i (gleich mittlere Energiedichten) wird ermöglicht durch die Tatsache, daß für alle Systeme, die kleine Schwingungen ausführen, im zeitlichen Mittel die potentielle Energie gleich der kinetischen Energie und folglich die Gesamtenergie gleich der doppelten kinetischen Energie ist (Äquipartitionsgesetz, Lit. 2, S. 111). Die Intensität einer Schallwelle ergibt sich durch Multiplikation der mittleren Energiedichte mit der zugehörigen Schallgeschwindigkeit. Also gilt

$$\begin{aligned} \left(\frac{I_1}{I_2}\right)_{\text{therm}} &= \frac{2 \cdot \left(\frac{\rho_{no}}{2} v_{n1}^2 + \frac{\rho_{so}}{2} v_{s1}^2\right) \cdot u_1}{2 \cdot \left(\frac{\rho_{no}}{2} v_{n2}^2 + \frac{\rho_{so}}{2} v_{s2}^2\right) \cdot u_2} \\ &= \frac{\rho_{no} \cdot a_1^2 + \rho_{so} \cdot \left(\frac{v_{s1}}{v_{s2}}\right)^2}{\rho_{no} \cdot a_2^2 + \rho_{so}} \cdot \left(\frac{v_{s1}}{v_{s2}}\right)_{\text{therm}} \cdot \frac{u_1}{u_2} \\ &= \frac{\rho_{no} \cdot \left(\frac{1 + \frac{\rho_{so}}{\rho_{no}} \Delta_1}{1 - \Delta_1}\right)^2 + \rho_{so}}{\rho_{no} \cdot \left(\frac{1 + \frac{\rho_{so}}{\rho_{no}} \Delta_2}{1 - \Delta_2}\right)^2 + \rho_{so}} \cdot \frac{(1 - \Delta_1)^2}{(1 - \Delta_2)^2} \cdot \frac{u_1}{u_2} \\ &= \frac{1 + \frac{\rho_{so}}{\rho_{no}} \Delta_1^2}{1 + \frac{\rho_{so}}{\rho_{no}} \Delta_2^2} \cdot \frac{u_1}{u_2}, \end{aligned}$$

Ersetzt man jetzt noch ρ_{so}/ρ_{no} durch $-1/(\Delta_1 \cdot \Delta_2)$ gemäß Formel (I, 6), so findet man als endgültiges Ergebnis

$$(I, 11) \quad \left(\frac{I_1}{I_2}\right)_{\text{therm}} = -\frac{\Delta_1}{\Delta_2} \cdot \frac{u_1}{u_2} \quad \text{vgl. hierzu auch [4]!}$$

Für das Verhältnis Δ_1/Δ_2 erhält man (siehe Abb. I, 1 u. 2) einen Wert von etwa $2 \cdot 10^{-5}$ bei $T = 2.0$ K. Hiermit kann man aus den Formeln (I, 9-11) folgende Schlüsse ziehen:

- 1.) Der thermische Sender ist ein ausgesprochener zweiter-Schall-Sender. Die Intensität des gleichzeitig abgestrahlten ersten Schalls ist um einen Faktor $2 \cdot 10^{-4}$ geringer.
- 2.) Stellt man dem thermischen Sender einen temperaturempfindlichen Empfänger gegenüber, so registriert dieser die Amplitude T'_2 des zweiten Schalls. Die mit der ersten Schallgeschwindigkeit verknüpfte Amplitude T'_1 ist um einen Faktor $2 \cdot 10^{-4}$ kleiner und dürfte nicht nachweisbar sein.
- 3.) Stellt man dem thermischen Sender einen druckempfindlichen Empfänger gegenüber, so sollte der Nachweis beider Druckamplituden, p'_1 und p'_2 , möglich sein, da diese zwar klein, aber doch von vergleichbarer Größe sind.

Neben der Randbedingung (I,7) muß noch eine weitere Randbedingung beachtet werden, die nach der relativen Größe der vom thermischen Sender abgestrahlten Schallamplituden auch deren absolute Größe festlegt. Diese zweite Randbedingung läßt sich auf verschiedene Arten formulieren. Lifschitz [2] z.B. schreibt die Temperaturamplitude T_0 am Rand vor, während in den experimentellen Arbeiten von Hofmann [8] und Petrac [11] die (der Messung leichter zugängliche) vom Sender in das Helium abgestrahlte Energiestromdichte q_0 als Bezugsgröße gewählt wird. Wir werden uns weder dem einen noch dem anderen Vorschlag anschließen, sondern stattdessen am Sender die Entropiestromdichte S_0 als gegeben ansehen. Der Grund dafür wird im Abschnitt 6 dieses Kapitels erläutert. Für die absolute Größe der Druckamplituden gilt dann

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{p'_1}{S_0}\right)_{\text{therm}} &= \frac{b_1 \cdot v_{s1}}{\rho_0 \cdot \sigma_0 \cdot (v_{n1} + v_{n2})} = \frac{b_1}{\rho_0 \cdot \sigma_0 \cdot (a_1 + a_2 \left(\frac{v_{i2}}{v_{s1}}\right)_{\text{therm}})} \\
 &= \frac{u_1 \cdot \rho_0 \cdot \frac{1}{1 - \Delta_1}}{\rho_0 \cdot \sigma_0 \cdot \left\{ 1 + \frac{\rho_0 \cdot \Delta_1}{\rho_{no} (1 - \Delta_1)} + \left(1 + \frac{\rho_0 \cdot \Delta_2}{\rho_{no} (1 - \Delta_2)} \right) \cdot \left(-\frac{1 - \Delta_2}{1 - \Delta_1} \right) \right\}} \\
 &= \frac{u_1}{\sigma_0 \cdot \frac{\rho_{so}}{\rho_{no}} (\Delta_1 - \Delta_2)}
 \end{aligned}$$

ρ_s/ρ_n wird wieder gemäß (I,6) eliminiert, womit das Ergebnis lautet:

$$(I,12) \quad (p'_1)_{\text{therm}} = \frac{u_1}{\epsilon_0} \frac{\Delta_1 \Delta_2}{\Delta_2 - \Delta_1} (S_0)_{\text{therm}}$$

und

$$(I,13) \quad (p'_2)_{\text{therm}} = - \frac{u_2}{u_1} (p'_1)_{\text{therm}} = - \frac{u_2}{\epsilon_0} \frac{\Delta_1 \Delta_2}{\Delta_2 - \Delta_1} (S_0)_{\text{therm}} .$$

5. Mechanische Schallanregung

Unter mechanischer Schallanregung soll die Anregung durch eine in Normalenrichtung schwingende masse- und wärmeundurchlässige ebene Fläche verstanden werden. Wenn v_0 die Geschwindigkeit der Ebene ist, so lassen sich die Randbedingungen der Masse- und der Wärmeundurchlässigkeit zusammenfassen zu

$$\text{Rdbdg. (I,14)} \quad v_n = v_s = v_0 .$$

Da im ersten Schall die Beziehung $v_n \approx v_s$ nur näherungsweise gilt, läßt sich die Randbedingung (I,14) nur dadurch erfüllen, daß vom mechanischen Sender neben erstem Schall auch zweiter Schall abgestrahlt wird. Der erste Teil von (I,14) legt dabei die Amplitudenverhältnisse fest:

$$(I,14) \quad v_{n1} + v_{n2} = v_{s1} + v_{s2}$$

$$a_1 \cdot v_{s1} + a_2 \cdot v_{s2} = v_{s1} + v_{s2}$$

$$(I,15a) \quad \left(\frac{v_{s2}}{v_{s1}} \right)_{\text{mech}} = - \frac{1 - a_1}{1 - a_2} .$$

Für die Koeffizienten a_1 werden wiederum die Ausdrücke (I,4) eingesetzt:

$$(I,15) \quad \left(\frac{v_{s2}}{v_{s1}} \right)_{\text{mech}} = - \frac{\Delta_1 \cdot (1 - \Delta_2)}{\Delta_2 \cdot (1 - \Delta_1)} \quad (= \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \cdot \left(\frac{v_{s2}}{v_{s1}} \right)_{\text{therm}}) .$$

Wegen der eingeklammerten Beziehung lassen sich die folgenden Ergebnisse direkt aus den Formeln (I,9-11) gewinnen.

Verhältnis der Druckamplituden:

$$(I, 16) \quad \left(\frac{p_1'}{p_2}\right)_{\text{mech}} = \frac{b_1}{b_2} \cdot \left(\frac{v_{s1}}{v_{s2}}\right)_{\text{mech}} = \left(\frac{p_1'}{p_2}\right)_{\text{therm}} \cdot \frac{\Delta_2}{\Delta_1} = -\frac{u_1}{u_2} \cdot \frac{\Delta_2}{\Delta_1},$$

Verhältnis der Temperaturamplituden:

$$(I, 17) \quad \left(\frac{T_1'}{T_2}\right)_{\text{mech}} = \left(\frac{T_1'}{T_2}\right)_{\text{therm}} \cdot \frac{\Delta_2}{\Delta_1} = -\frac{u_1}{u_2},$$

Intensitätsverhältnis:

$$(I, 18) \quad \left(\frac{I_1}{I_2}\right)_{\text{mech}} = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)_{\text{therm}} \left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\right)^2 = -\frac{u_1}{u_2} \cdot \frac{\Delta_2}{\Delta_1}.$$

Der zweite Teil der Randbedingung (I, 14) legt die absolute Größe der Amplituden fest. Nach einer einfachen Rechnung erhält man

$$(I, 19) \quad (T_1')_{\text{mech}} = \frac{u_1 \cdot \Delta_1 \cdot \Delta_2}{\sigma_0 \Delta_2 - \Delta_1} \cdot (v_0)_{\text{mech}}$$

und

$$(I, 20) \quad (T_2')_{\text{mech}} = -\frac{u_2 \cdot \Delta_1 \cdot \Delta_2}{\sigma_0 \Delta_2 - \Delta_1} \cdot (v_0)_{\text{mech}}.$$

Die Formeln (I, 16-18) zeigen, daß mechanische Anregung zur Erzeugung von zweitem Schall extrem ungünstig ist. Bei 2.0 K beträgt seine Intensität im Vergleich zum ersten Schall nur etwa $2 \cdot 10^{-6}$! Das gleiche ungünstige Verhältnis gilt für die Druckamplitude p_2' relativ zu p_1' . Die Temperaturamplituden T_1' und T_2' jedoch sind von vergleichbarer Größe und sollten trotz ihrer absoluten Kleinheit beide nachweisbar sein.

6. Wahl der Bezugsgrößen

Wie bereits ausgeführt, sollen die bei thermischer Schallanregung nachweisbaren Druckamplituden p_1' und p_2' auf die Entropiestromdichte am Sender bezogen werden (und nicht auf die Energiestromdichte q_0 oder die Temperatur T_0 , was auch möglich wäre). Bei mechanischer Anregung andererseits werden die Tem-

neraturamplituden T'_1 und T'_2 auf die Schallschnelle am Sendemikrofon bezogen. Diese spezielle Wahl der Bezugsgrößen rührt von dem Versuch her, beide Fälle der Kopplung von einer gemeinsamen Warte aus zu betrachten:

Wie in der Thermodynamik $\{p, V\}$ und $\{T, S\}$ Paare jeweils konjugierter Variabler sind, so gehören in der Hydrodynamik des He II p' und $\vec{v}$ ($= \vec{j}/\rho$) sowie T' und $\vec{S}$ in dem Sinne zusammen, daß ihr Produkt jeweils eine Energiestromdichte ergibt. Dabei kann man $\{p', \vec{v}\}$ dem ersten Schall zuordnen, denn bei Vernachlässigung des thermischen Ausdehnungskoeffizienten ist die mittlere Energiestromdichte im ersten Schall gleich dem gemittelten Produkt $p' \cdot \vec{v}$. Im selben Sinne gehört $\{T', \vec{S}\}$ zum zweiten Schall. Für die beiden Fälle der Kopplung dagegen erfolgt die Zuordnung der Variablen sozusagen über Kreuz, wenn man die mechanische Anregung durch $\vec{v}_0$ und die thermische Anregung durch $\vec{S}_0$ charakterisiert:

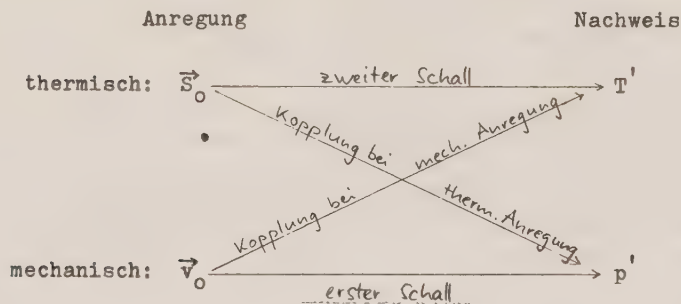


Abb. I, 3

Zur Zuordnung der Variablen bei der Kopplung.

Das etwas überraschende Resultat dieser Zuordnung ist, daß die Kopplung bei thermischer Anregung und bei mechanischer Anregung durch vollkommen identische Formeln beschrieben werden:

$$(I, 21) \quad \left(\frac{p'_1}{S_0}\right)_{\text{therm}} \equiv \left(\frac{T'_1}{v_0}\right)_{\text{mech}} ; \quad \left(\frac{p'_2}{S_0}\right)_{\text{therm}} \equiv \left(\frac{T'_2}{v_0}\right)_{\text{mech}} ,$$

wie ein Vergleich der Formeln (I, 12) und (I, 19) sowie (I, 13) und (I, 20) zeigt.

Kap. II

Elemente der Meßanordnungen, Eichverfahren

1. Der Kryostat, grundsätzliches Meßverfahren

Die für diese Arbeit durchgeführten Experimente zur Kopplung von erstem und zweitem Schall im He II befassen sich einerseits mit dem Nachweis von Druckamplituden bei thermischer Schallanregung und andererseits mit dem Nachweis von Temperaturamplituden bei mechanischer Anregung.

Der für die Messungen (mit Ausnahme der Nullstellenbestimmung von α_p) benutzte Kryostat ist auch von Hofmann [8] verwendet worden, in dessen Arbeit sich eine Konstruktionszeichnung befindet. In diesem Kryostaten kann die Temperatur des Heliumbades durch Abpumpen des Dampfes über dem Bad mit einer mechanischen Pumpe (Leybold S 60) bis auf etwa 1,25 K erniedrigt werden.

Die Temperatur des Heliumbades wird aus dem über dem Bad mit einem Quecksilber- bzw. "Öl"-Manometer (bei dem "Öl" handelt es sich um Phtalsäuredibutylester) gemessenen Dampfdruck mit Hilfe der Dampfdrucktabelle T_{58} bestimmt.

Die Temperaturregelung erfolgt durch Drosselung der Pumpleistung mittels zweier Ventile, die manuell bedient werden konnten, da keine sonderlich hohen Anforderungen an die Temperaturkonstanz zu stellen waren. Normalerweise wurde bei langsam steigender Temperatur gemessen.

Wie der Kryostat, so ist auch das grundsätzliche Meßverfahren dasselbe wie bei Hofmann, nämlich die akustische Impulstechnik:

Bei diesem Verfahren werden vom Sender Pulse abgestrahlt (hier Blöcke aus einigen Perioden einer Sinusschwingung =: Sinusbursts), die vom Empfänger, der sich im Abstand l befindet, nach der Laufzeit τ registriert werden, und dieser Vorgang wiederholt sich in bestimmten Zeitabständen. Aus l und τ kann die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Pulses bestimmt werden. Der besondere Vorteil der Impulstechnik für Kopplungsmessungen besteht darin, daß Signale mit verschiedener Ausbreitungs-

geschwindigkeit (erster und zweiter Schall) nebeneinander beobachtet und miteinander verglichen werden können, da sie am Empfänger zeitlich getrennt eintreffen. Ein Problem allerdings sind die zahlreichen Echos des ersten Schalls, unter denen das zweite Schallsignal herausgefunden werden muß.

Um eine Auffächerung des Sendesignals, wie sie im freien Schallfeld auftritt, zu verhindern, werden sämtliche Messungen in einem Schallausbreitungsrohr, an das der Sender und der Empfänger angeflanscht ist, durchgeführt. Das Rohr ist 3.5 cm lang und hat einen Durchmesser von 1 cm und wird in der Arbeitsgruppe Tieftemperaturphysik der Universität Mainz standardisiert verwendet (Abb. II,1). Wenn das Sendesignal homogen über den ganzen Rohrquerschnitt abgestrahlt wird, so kann man davon ausgehen, daß sich im Schallrohr im wesentlichen ebene Wellen ausbreiten, wie es in der Theorie der Kopplung vorausgesetzt wird. Für das Sendesignal müssen die Frequenz und die Anzahl der Perioden des Sinus-Bursts so gewählt werden, daß das Empfangssignal nicht mit nachfolgenden Echos überlappt. Dies bedeutet, daß die Frequenz höher als 20 kHz sein muß, wenn man gleichzeitig verlangt, daß mindestens vier Perioden gesendet werden sollen. In der Praxis hat sich 40 kHz als günstigste Frequenz herausgestellt.

2. Der mechanische Sender und Empfänger

Als mechanischer Sender und als Empfänger für die Druckamplituden p_1 und p_2 des von einem thermischen Sender abgestrahlten ersten und zweiten Schalls dient ein Kondensatormikrofon, das baugleich mit dem von Schmidt und Wiechert [23] für Messungen des vierten Schalls verwendeten Mikrofon (Abb. II,1) ist. Die wesentliche Idee bei der Konstruktion dieses Mikrofons geht auf Hofmann [8] zurück und besteht in der Verwendung eines Metallnetzes anstelle einer massiven Gegenelektrode. Der Unterschied des jetzigen Mikrofons zum ursprünglichen Hofmannschen besteht darin, daß der einfallende Schall jetzt direkt

- (1) Chromschicht
- (2) Glasplatte
- (3) Lötfläche
- (4) Pertinaxscheibe
- (5) Schallausbreitungsrohr
- (6) mit Aluminium bedampfte Kunststoff-Folie
- (7) Netz
- (8) Pulver
- (9) Bohrung
- (10) Schallabsorber
- (11) elektrischer Anschluß (für Kondensatormikrofon)

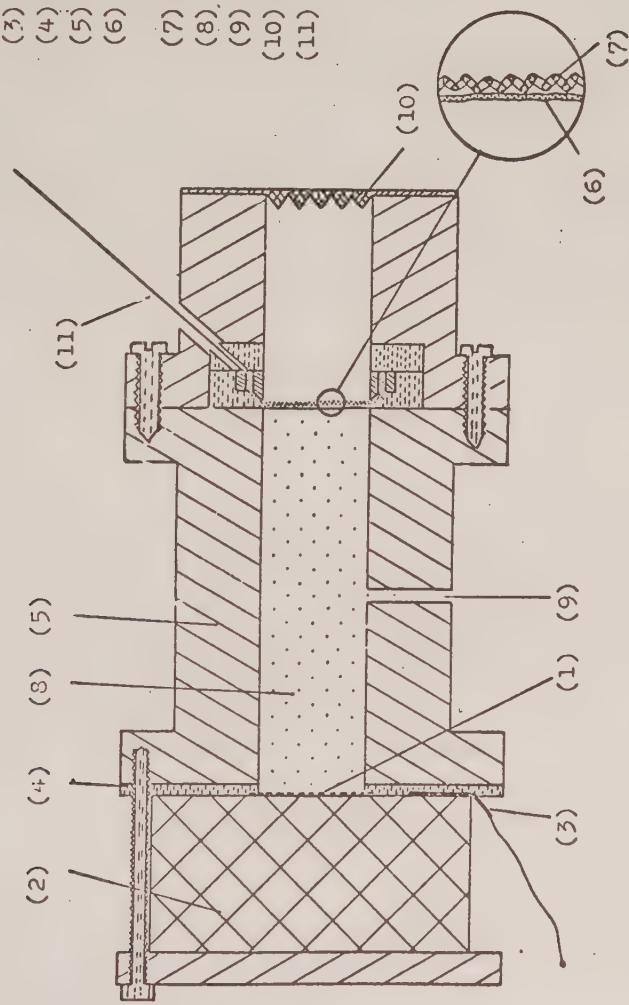


Abb.II,1 (aus [23])
 Schallausbreitungsrohr mit Sender und Empfänger zum Nachweis von thermisch angeregtem vierten Schall. Das Schallrohr und das Kondensatormikrofon sind baugleich mit den in dieser Arbeit verwendeten.

auf die bewegliche Membran trifft, während er bei der alten Konstruktion zunächst die engen Poren des Netzes passieren mußte, was, wie sich gezeigt hat, zu Fehlern bei der Bestimmung der Druckamplitude p_2' führt.

Die Wirkungsweise des Mikrofons ist prinzipiell dieselbe, wie bei allen Kondensatormikrofonen:

Die bewegliche Membran (hier: die mit Aluminium bedampfte Hostafanfolie) und die Gegenelektrode (hier: das Metallnetz) bilden zusammen einen Kondensator, dessen Kapazität C von der Lage der Membran abhängt. Dieser Kondensator wird über einen hohen Vorwiderstand mit einer Gleichspannungsquelle U_0 verbunden. Trifft jetzt eine Schallwelle auf das Mikrofon, so bewegt sich die Membran, und die Kapazität ändert sich um C' . Da der hohe Vorwiderstand ein rasches Abfließen der Ladung Q verhindert, erfolgt die Kapazitätsänderung für genügend hohe Frequenzen der einfallenden Schallwelle praktisch bei konstanter Ladung und hat eine meßbare Spannungsänderung U' zur Folge:

$$Q = \text{const.} \Rightarrow U_0 \cdot C_0 = (U_0 + U') \cdot (C_0 + C')$$

$$\Rightarrow U' = - \frac{U_0}{C_0} C', \text{ falls } U' \ll U_0.$$

Die Verwendung des Netzes als Gegenelektrode bewirkt, daß die Membran relativ frei schwingen kann, da ihre Auflagefläche nur gering ist. Dadurch wird das Mikrofon einerseits sehr empfindlich, was natürlich immer wünschenswert ist, und andererseits schallweich, was speziell hier für die gleichzeitige Messung der Drucksignale p_1' und p_2' wichtig ist, da das mit zweiter Schallgeschwindigkeit laufende Signal p_2' nur dann nachweisbar ist, wenn die Echos des Signals p_1' genügend rasch abklingen.

2.1. Eichung des Mikrofons nach der "Selbstreziprozitätsmethode"

Da, wie die Erfahrung zeigt, die Empfindlichkeit des Kondensatormikrofons sich von Versuchsreihe zu Versuchsreihe ändern kann, ist es für eine Absolutbestimmung der Druckamplituden erforderlich, das Mikrophon in derselben Anordnung und unter denselben Bedingungen zu eichen, wie sie bei den Messungen vorliegen. Hierfür eignet sich ein Verfahren, bei dem die Empfindlichkeit des Mikrofons allein durch die Messung des Speisestroms beim Betrieb als Sender und der Empfangsspannung beim Betrieb als Detektor bestimmt wird. Dieses Verfahren, das als Selbstreziprozitätsmethode bezeichnet wird, soll hier nur in seinen Grundzügen skizziert werden, für alle Einzelheiten, insbesondere was die praktische Durchführung anbelangt, sei auf Hofmann [8] verwiesen. Es beruht darauf, daß ein Kondensatormikrophon ein reziproker Schallwandler ist, d.h. daß mechanische und elektrische Größen durch das symmetrische Gleichungssystem

$$p' = a \cdot v + b \cdot I$$

$$E' = b \cdot F \cdot v + c \cdot I$$

miteinander verknüpft sind. p' ist der Schallwechseldruck an der Membran, v die Geschwindigkeit der Membran in Normalenrichtung, E' die elektrische Wechselspannung, I der im Wandler fließende Strom und F die wirksame Fläche des Senders. a , b und c sind Konstante, die die mechanischen Eigenschaften des Wandlers charakterisieren.

Bei der Durchführung der Selbstreziprozitätsmethode werden nebeneinander der Speisestrom I_{Send} beim Betrieb des Mikrofons als Sender und die Empfangsspannung E'_{Empf} gemessen. Zu diesem Zweck werden Sinusbursts gesendet. Die vom Mikrophon abgestrahlte Schallwelle wird am schallhart abgeschlossenen Ende des Schallrohres ideal reflektiert und kehrt zum Mikrophon zurück, das jetzt als Empfänger fungiert. Berücksichtigt man, daß bei einer laufenden Schallwelle p' und v über die Beziehung

$$p' = Z \cdot v \quad (Z = \rho \cdot c = \text{akustische Impedanz})$$

miteinander verknüpft sind, so lassen sich die drei Konstanten a, b und c bestimmen und damit auch alle anderen Eigenschaften des Mikrofons. Für die Empfindlichkeit des Mikrofons, definiert als das Verhältnis aus der abgegebenen elektrischen Spannung E'_{Empf} zum Druck p'_{ein} der einfallenden Welle erhält man

$$M := \frac{E'_{\text{Empf}}}{p'_{\text{ein}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot F}{Z} \cdot \frac{E'_{\text{Empf}}}{I_{\text{Send}}}}$$

Die Selbstreziprozitätsmethode liefert auch einen Ausdruck für die Sendestärke S des Mikrofons, unter der das Verhältnis aus der Schallschnelle v an der Membran zum aufgenommenen Strom I_{Send} verstanden wird:

$$S := \frac{v}{I_{\text{Send}}} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot F \cdot Z} \cdot \frac{E'_{\text{Empf}}}{I_{\text{Send}}}} \quad (= \frac{M}{2 \cdot F})$$

Diese Formel ist wichtig für die Kopplungsmessungen bei mechanischer Schallanregung.

Interessant ist vielleicht noch, daß die mit der Reziprozitätsmethode bestimmte Empfindlichkeit des Kondensatormikrofons im Helium

$$M \approx 10^{-4} \text{ V} \cdot \text{cm}^2/\text{dyn}$$

um eine Größenordnung über der des Tauchspulenmikrofons von v. Eynatten u.a. [7] liegt, während in anderen Arbeiten zur Kopplung keine Angaben über die Mikrofonempfindlichkeit gemacht werden.

Die wichtige Frage, ob die Empfindlichkeit des Mikrofons nach der Konstruktionsänderung bezüglich der Netzelektrode unabhängig davon ist, ob erster oder zweiter Schall auf die Membran trifft, wird ausführlich im Anhang A5 untersucht und darf mit ja beantwortet werden.

3. Der thermische Sender

Für die Kopplungsexperimente bei thermischer Schallanregung wurde eine auf Glas gedampfte Chrom-Schicht, wie sie die Abbildung II,2 zeigt, als thermischer Sender verwendet.

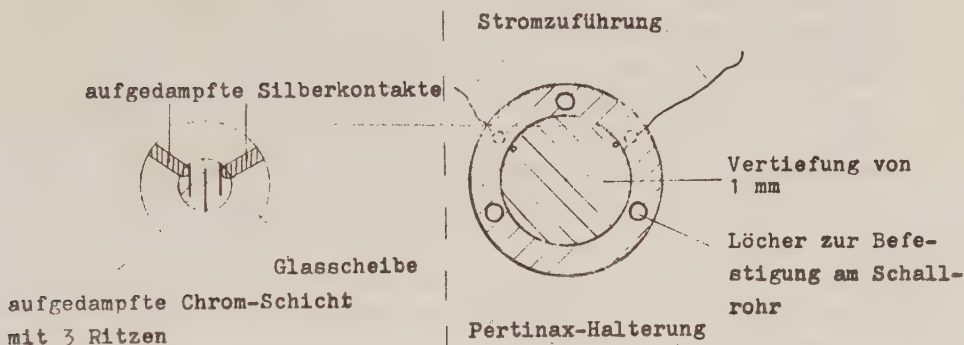


Abb. II,2

Auf Glas gedampfte Chrom-Schicht mit Pertinax-Halterung. Maßstab 1:1.

Die Art des aufgedampften Metalles ist dabei nicht von prinzipieller Wichtigkeit. Chrom wurde gewählt, weil es problemlos aufzudampfen ist und haltbare, auch nach Jahren noch verwendbare Schichten ergibt. Andere Autoren berichten über die Verwendung von Gold oder Konstantan.

Die für diese Arbeit verwendeten Chrom-Schichten hatten einen elektrischen Widerstand zwischen 1 k Ω und 20 k Ω und eine geschätzte Dicke zwischen 100 Å und 500 Å. Die in der Abbildung gezeigten drei Ritzen sollen den Strom möglichst homogen über die ganze Senderfläche verteilen.

Die Glasscheibe mit der aufgedampften Widerstandsschicht wird in die Vertiefung der Pertinax-Halterung gelegt, die mit drei Schrauben am Schallrohr befestigt wird. Dabei sorgt eine dünne Hostafan-Folie für die Isolierung zum Schallrohr.

Die Stromzuführung erfolgt über Lötflächchen, die auf der Rückseite der Halterung angeschraubt sind, und von dort über eine Leitsilberbahn durch zwei kleine Löcher zur Vorderseite der Halterung und den aufgedampften Silberkontakten.

Schickt man Strom durch die Chromschicht, so wird wegen ihres elektrischen Widerstandes R elektrische Leistung in Wärme dissipiert, und diese Wärme wird als zweiter Schall an das angrenzende Helium abgegeben, wodurch die Chromschicht als thermischer Sender wirkt.

Leider kann man nicht davon ausgehen, daß die dissipierte Energie vollständig als zweiter Schall in das angrenzende He II abgestrahlt wird, denn ein Teil der Wärme kann in der Schicht selbst gespeichert werden und ein weiterer Teil fließt als Wärmewelle in die Unterlage der Chromschicht, also die Glasscheibe. Etwas vereinfachend kann man sagen, daß am thermischen Sender Trägheitseffekte berücksichtigt werden müssen.

Ist der im Sender fließende Strom sinusförmig mit der Frequenz $\omega/2$ und kann man davon ausgehen, daß der Sender eingeschwungen ist, so hat die Energiestromdichte im Helium unmittelbar am Sender die Form

$$(II,1) \quad q_{\text{therm}} = q_0 \cdot (1 - S(\omega) \cos(\omega t + \varphi)),$$

d.h. die abgestrahlte Energie besteht aus einem konstanten und einem oszillierenden Anteil, der gegenüber der Sendespannung die doppelte Frequenz hat. (Vgl. hierzu die Abb. II,5!) Der durch (II,1) eingeführte dimensionslose Faktor $S(\omega)$ gibt das Amplitudenverhältnis aus abgestrahlter Energiestromdichte zu aufgenommener elektrischer Leistungsdichte q_0 an. Hinter ihm verbergen sich die Trägheitseffekte, und er soll als Sendestärke bezeichnet werden.

Vom theoretischen her interessant ist ein Ersatzschaltbild für den thermischen Sender, das von Atkins [26] angegeben wird und aus dem sich für die Temperaturamplitude des abgestrahlten zweiten Schalls der Ausdruck

$$T_2' = \frac{q_0 \cdot Z_2}{R_{SH} + Z_2} \cdot \left(\frac{1}{R_{SU} + Z_U} + \frac{1}{R_{SH} + Z_2} + i\omega \cdot \Gamma_S \right)^{-1}$$

(Atkins, Formel 5.74 auf S.145)

herleiten läßt. Demnach hat die Sendestärke die Form

$$S(\omega) = \left| 1 + \frac{R_{SH} + Z_2}{R_{SU} + Z_U} + (R_{SH} + Z_2) \cdot i\omega \Gamma_S \right|^{-1} .$$

(R_{SH} und R_{SU} sind die Kapitza-Widerstände zwischen der Sende-
schicht und dem Helium bzw. der Unterlage, $Z_2 = 1/(\rho Cu_2)$ die
thermische Impedanz des He II, Z_U die thermische Impedanz
der Unterlage und Γ_S schließlich die Wärmekapazität der Sende-
schicht pro Flächeneinheit. Nach der Theorie der Wärmeleitung
ist

$$Z_U = \frac{1}{2} (1 - i) / \sqrt{\rho_U \cdot C_U \cdot \kappa_U \cdot \omega} .)$$

Für $\nu = 40$ kHz und $T = 2.0$ K durchgeführte Überschlags-
rechnung ergibt, daß bei den verwendeten dünnen Metallschichten
($d < 500$ Å) die Wärmekapazität Γ_S keinerlei Einfluß auf die Sen-
destärke haben sollte, während der Einfluß der Rückwand einige
Prozent ausmachen kann.

Zur experimentellen Bestimmung der Sendestärke benutzt Hof-
mann [8] eine Art Reziprozitätsverfahren für zweiten Schall:
Er verwendet als Sender und Empfänger gleichartige Kohleschich-
ten, wodurch es unter der Annahme, daß Sender und Empfänger
auch das gleiche Frequenzverhalten zeigen, möglich ist, sowohl
die Sendestärke als auch die Empfindlichkeit der Kohleschich-
ten zu bestimmen.

Nach dieser Methode soll hier nicht vorgegangen werden, weil,
das sei vorweggenommen, die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit
nicht für die Anwendung des Hofmannschen Verfahrens sprechen.

4. Ermittlung der Sendestärke eines thermischen Senders mit Hilfe nichtlinearer Effekte

Um die Sendestärke eines thermischen Schallsenders zu bestimmen, ist der Versuch unternommen worden, die Temperaturamplitude einer zweiten Schallwelle mit Hilfe nichtlinearer Effekte zu bestimmen.

Hierbei handelt es sich um folgendes:

Wie aus der klassischen Akustik bekannt, pflanzen sich ebene Schallwellen großer Amplitude (d.h. Wellen, bei denen die Schallschnelle nicht mehr gegenüber der Schallgeschwindigkeit vernachlässigt werden darf) nicht mehr mit einer einheitlichen Schallgeschwindigkeit fort, sondern man muß jedem Punkt eines Wellenprofils eine eigene, von der Höhe des Profils abhängige Ausbreitungsgeschwindigkeit zuordnen.

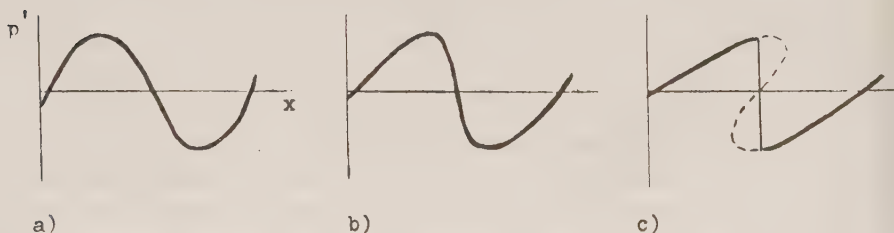


Abb. II, 3 (nach [16])

Verzerrung eines Wellenprofils bei nichtlinearer Schallausbreitung und schließliche Frontbildung.

Wählt man zur Beschreibung des Wellenprofils die Schallschnelle $v(x, t)$ als unabhängige Variable, so ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit $u(x, t)$, mit der sich die einzelnen Punkte des Wellenprofils verschieben, ganz allgemein gegeben durch

$$(II, 2) \quad u(x, t) = v(x, t) \left(1 + \frac{1}{c} \left(p_0 + p'(v), T_0 + T'(v) \right) \right).$$

Anschaulich verstehen kann man diese Formel als Überlagerung der Ausbreitung einer Störung, die sich relativ zur Flüssigkeit mit der Schallgeschwindigkeit $c(p, T)$ ausbreitet, und der Bewegung der Flüssigkeit selbst mit der Geschwindigkeit v . Die unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der einzelnen Punkte des Wellenprofils führt im Laufe der Zeit zu einer Verzerrung des Profils und schließlich, wenn die Punkte mit größe-

rer Ausbreitungsgeschwindigkeit die mit kleinerer Ausbreitungsgeschwindigkeit einholen, zur Ausbildung von Wellenfronten (Abb. II, 3).

Ausführlich beschrieben ist das Problem der nichtlinearen Schallausbreitung, dessen Lösung auf B. Riemann (1870) zurückgeht, in dem Lehrbuch von Landau-Lifschitz, Band VI, S. 427 ff. [16].

Daß ein ganz ähnliches Phänomen auch beim zweiten Schall im He II auftritt, ist zuerst von D. V. Osborne beobachtet und beschrieben worden [17]. An diese Beobachtungen schließen sich die theoretischen Untersuchungen von Temperley [18] und die für zutreffender gehaltenen von Khalatnikov [19] an. Khalatnikov gibt für die Geschwindigkeit der Punkte des Wellenprofils einer zweiten Schallwelle den Ausdruck

$$(II,3) \quad u_2 = u_{20} + \alpha_2 \cdot v_{n2}^2 \quad ^1); \text{ (gültig, bevor die Frontbildung einsetzt)}$$

$$\text{Def. (II,4)} \quad \alpha_2 := \frac{G \cdot T}{C} \cdot \frac{\partial}{\partial T} \ln(u_{20}^3 \cdot \frac{C}{T})$$

an, der bis zu linearen Gliedern in der Geschwindigkeit v_n der Normalkomponente gültig ist.

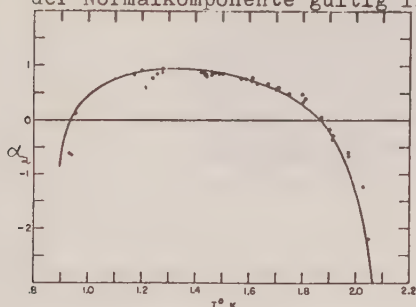


Abb. II, 4 (aus [20])

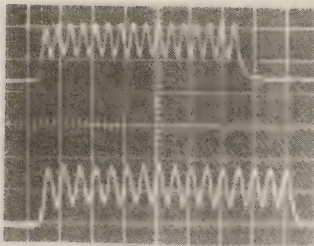
Der Koeffizient α_2 der nichtlinearen Ausbreitung des zweiten Schalls.

— berechnet nach der Formel (II,4)

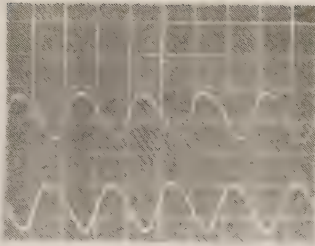
• Meßpunkte von Dessler und Fairbank [20]

Die Messungen von Dessler und Fairbank [20] stellen, wie die Abb. II, 4 zeigt, eine gute Bestätigung der Formel (II,3) dar.

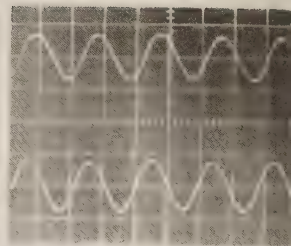
1) Im Gegensatz zur sonst gebrauchten Bezeichnungsweise bedeutet u_{20} in diesem Abschnitt die Schallgeschwindigkeit bei verschwindender Amplitude.



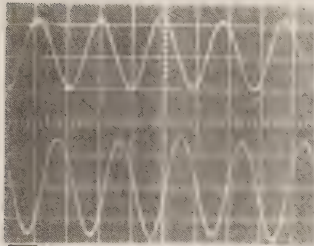
a) $T=1.848K$; $\nu=50kHz$
 $\nu=40kHz$



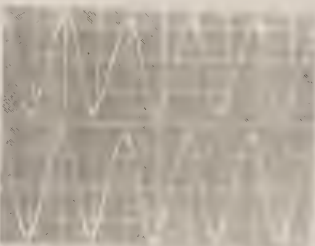
b) $T=1.322K$
 $T=1.429K$



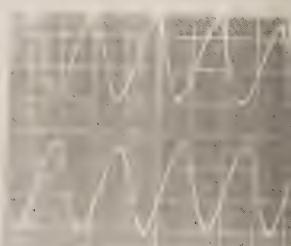
c) $T=1.547K$
 $T=1.632K$



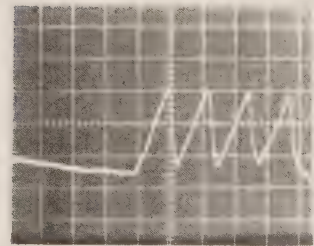
d) $T=1.759K$
 $T=1.814K$



e) $T=2.099K$
 $T=2.076K$



f) $T=2.124K$
 $T=2.113K$



g) $T=2.155K$; $\nu=4kHz$



h) $T=2.161K$; $\nu=4kHz$
 $T=2.167K$

Abb. II, 5

Oszillogramme von thermisch angeregtem zweitem Schall, empfangen mit einer supraleitenden Al-schicht.

a) oszillierender und konstanter Anteil des Sendesignals bei sinusförmiger Sendespannung;

b)-f) nichtlineare Verzerrung einer Sinusschwingung von $10kHz$ bei verschiedenen Temperaturen bei konstanter Sendeleistung von $400mW^{SS}/cm^2$

g) Ausbildung von Wellenfronten bei Annäherung an den λ -Punkt und

h) zunehmende Auflösung der Signalform bei noch weiterer Annäherung an den λ -Punkt (Sendeleistung bei g und h jeweils $400mW^{SS}/cm^2$).

Bemerkenswert am Temperaturverlauf des Koeffizienten α_2 ist, daß er für Temperaturen unterhalb von etwa 0.95 K und oberhalb von etwa 1.87 K negativ wird. Ein negatives α_2 aber bedeutet, daß sich die Punkte eines Wellenprofils mit großer Amplitude langsamer ausbreiten als die Punkte mit kleinerer Amplitude, wodurch die Aufsteilung und schließlich "Front"-Bildung am hinteren Ende eines Wellenberges einsetzt. Ein solches Verhalten wird beim gewöhnlichen Schall niemals beobachtet. Dort bilden sich Fronten stets am vorderen Ende eines Wellenberges. Die Abb.II,5 zeigt die Frontbildung beim zweiten Schall. Nachdem sich gezeigt hat, daß die nichtlineare Schallausbreitung beim zweiten Schall durch die Formel (II,3) richtig beschrieben wird, kann man umgekehrt aus der Verzerrung, die ein Schallimpuls auf einer bestimmten Laufstrecke erfährt, auf die Amplitude des Pulses schließen, wie es J. Buck u.a. [21] getan haben.

Für die folgenden Anwendungen ist es zweckmäßig, anstelle der Geschwindigkeit v_{n2} als unabhängige Variable zur Charakterisierung des Profils die momentane Energiestromdichte q_2 zu wählen. Für die Profilgeschwindigkeit erhält man dann den Aus-
druck

$$(II,5) \quad u_2 = u_{20} + \Gamma_2 \cdot q_2 ,$$

wobei Γ_2 definiert ist durch

$$\text{Def. (II,6)} \quad \Gamma_2 := \alpha_2 \cdot \frac{v_{n2}}{q_2} = \alpha_2 \cdot \frac{1}{T \cdot \psi \cdot \sigma} .$$

Die Größe Γ_2 wird auch von Dessler und Fairbank [20] eingeführt.

4.1. Erste Methode

Die Sendestärke eines thermischen Schallsenders läßt sich aus dem Laufzeitvergleich zwischen zwei Signalpunkten verschiedener Amplitude ermitteln:

Bei sinusförmigem Sendesignal hat die Energiestromdichte der zweiten Schallwelle unmittelbar am Sender die Form

$$(II,1) \quad q_2^S = q_0 \cdot (1 - S(\omega) \cos(\omega t + \varphi)) ,$$

so daß nach Formel (II,5) die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für die Maxima

$$u_{2\max} = u_{20} + \Gamma_2 \cdot q_0 \cdot (1 + S(\omega))$$

und die Laufzeit für die Strecke l bis zum Empfänger

$$\tau_{\max} = \frac{l}{u_{2\max}}$$

ist. Macht man jetzt nacheinander zwei Messungen bei verschiedenen Sendeleistungen q_0 , so ergibt sich für die jeweiligen Maxima eine Laufzeitdifferenz

$$(II,7) \quad \Delta \frac{1}{\tau_{\max}} = \frac{1}{l} \cdot \Delta u_{2\max} = \frac{1}{l} \cdot \Gamma_2 (1 + S(\omega)) \cdot \Delta q_0 ,$$

aus der sich die Sendestärke ermitteln läßt, wenn gleichzeitig die Leistungsdifferenz Δq_0 bestimmt wird.

Für die praktische Anwendung der Methode bei Frequenzen von ca. 10 kHz ist es in enger Anlehnung an Dessler und Fairbank [20] erforderlich, die Maxima des Sendesignals durch einen Markierungspuls zu kennzeichnen, da sonst auf dem Empfangszillografen die Laufzeit nicht genügend genau bestimmt werden kann, wodurch Fehler auftreten können. Eine weitere Fehlerquelle ist, daß sich zwischen zwei Messungen die Badtemperatur ändern kann, was auch zu, allerdings unerwünschten, Laufzeitänderungen führt. Zur Vermeidung dieser Nachteile ist noch eine weitere Methode entwickelt und probiert worden.

4.2. Zweite Methode

Eine zweite Methode zur Bestimmung der Sendestärke eines thermischen Senders beruht auf der direkten Beobachtung der Verzerrung, die ein sinusförmiges zweites Schallsignal auf der Laufstrecke zwischen Sender und Empfänger erfährt.

Zum Verständnis dieser Methode sind die folgenden Überlegungen erforderlich:

a) Änderung der Steigung des Sendesignals

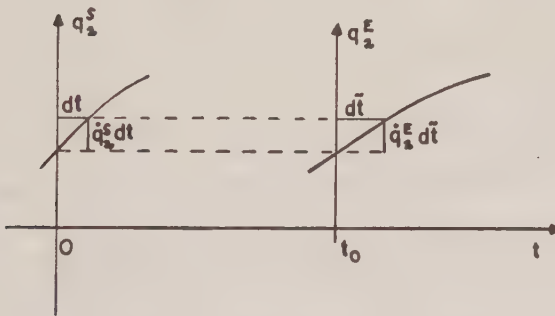


Abb. II,6

Zur Ermittlung der zeitlichen Ableitung des Empfangssignals.

Der Sender möge zweiten Schall mit der momentanen Energiestromdichte $q_2^S(t)$ abstrahlen. Dann registriert der Empfänger, der sich im Abstand l befindet, das gegenüber dem Sendesignal verzerrte und zeitlich verzögerte Signal $q_2^E(t)$. Der Profilverpunkt $q_2^S(t=0)$ läuft mit der Geschwindigkeit $u_{20} + \Gamma_2 \cdot q_2^S(t=0)$ und erreicht den Empfänger zur Zeit

$$t_0 := \frac{1}{u_{20} + \Gamma_2 q_2^S(t=0)}.$$

Der zeitlich infinitesimal benachbarte Punkt

$$q_2^S(dt) = q_2^S(t=0) + \dot{q}_2^S(t=0) \cdot dt$$

hat die Laufzeit

$$\frac{1}{u_{20} + \Gamma_2 \cdot q_2^S(dt)}$$

und erreicht den Empfänger zur Zeit

$$\tilde{dt} + t_0 := dt + \frac{1}{u_{20} + \Gamma_2 \cdot q_2^S(dt)} \cdot$$

Aus den Beziehungen

$$q_2^E(t_0) = q_2^S(t=0);$$

$$q_2^E(t_0 + \tilde{dt}) = q_2^S(dt)$$

läßt sich die zeitliche Ableitung des Empfangssignals ermitteln zu

$$\dot{q}_2^E(t_0) = \dot{q}_2^S(t=0) \cdot \frac{dt}{\tilde{dt}} = \dot{q}_2^S(t=0) \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{(u_{20} + \Gamma_2 \cdot q_2^S(0))^2} \cdot \Gamma_2 \cdot \dot{q}_2^S}$$

b) Anwendung auf ein sinusförmiges Sendesignal

Da das vom Empfänger registrierte Signal lediglich den relativen Verlauf, nicht aber die absolute Größe von $q_2^E(t)$ wiedergibt (da die Empfindlichkeit des Empfängers i. a. nicht bekannt ist), ist man zur Ermittlung der Sendestärke auf relative Werte angewiesen. Für ein sinusförmiges Sendesignal ist es möglich, allein aus der Form des Empfangssignals das Verhältnis der zeitlichen Ableitungen des Signals am Sender und am Empfänger in zwei ausgezeichneten Punkten zu ermitteln, nämlich in den Wendepunkten mit positiver und mit negativer Steigung:

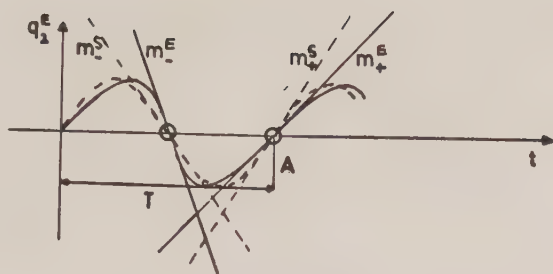


Abb. II,7

Verzerrung des Empfangssignals bei sinusförmigem Sendesignal.

Die obige Abbildung zeigt ein Bild des Empfangssignals, wie es auf dem Oszillografenschirm erscheinen würde, mit den Steigungen m_-^E und m_+^E in den beiden Wendepunkten und zum Vergleich das gestrichelt gezeichnete unverzerrte Signal, das proportional zum Sendesignal ist, mit den Steigungen m_-^S und m_+^S . Da das Sendesignal sinusförmig ist, lassen sich die Steigungen aus der Amplitude A und der Periodendauer T ermitteln zu

$$m_+^S = \frac{2 \cdot \pi A}{T}; m_-^S = \frac{-2 \cdot \pi A}{T}.$$

Das Verhältnis dieser Steigungen an Sender und Empfänger ergibt dann nach der letzten Formel auf der vorigen Seite

$$\frac{m_+^S}{m_+^E} = \frac{\dot{q}_{2+}^S}{\dot{q}_{2+}^E} = 1 - \frac{1 \cdot \Gamma_2 \cdot \dot{q}_{2+}^S}{u_{20}^2}$$

und entsprechend

$$\frac{m_-^S}{m_-^E} = \frac{\dot{q}_{2-}^S}{\dot{q}_{2-}^E} = 1 - \frac{1 \cdot \Gamma_2 \cdot \dot{q}_{2-}^S}{u_{20}^2}$$

Drückt man die Ableitungen $\dot{q}_{2\pm}^S$ durch die Amplitude

$$q_2^S = S(\omega) q_0$$

der Energiestromdichte am Sender aus, so ist

$$\dot{q}_{2\pm}^S = \pm \omega \cdot S(\omega) \cdot q_0 ,$$

und man erhält für die Differenz der relativen Steigungen die Formel

$$(II,8) \quad \frac{\frac{m_+^S}{m_+^E} - \frac{m_-^S}{m_-^E}}{\frac{m_+^S}{m_+^E} + \frac{m_-^S}{m_-^E}} = -2 \cdot \frac{1 \cdot \Gamma_2' \cdot \omega \cdot S(\omega) \cdot q_0}{u_{20}^2} ,$$

aus der sich bei bekannter elektrischer Leistungsdichte q_0 die Sendestärke $S(\omega)$ ermitteln läßt.

Die Vorteile dieser zweiten Methode gegenüber der ersten liegen auf der Hand:

- 1.) Ein Markierungspuls, der dem eigentlichen Signal überlagert wird, ist nicht erforderlich;
- 2.) Die Bestimmung der Sendestärke erfolgt durch die Auswertung eines einzigen Oszillogramms, und eine Temperaturdrift während der Messung braucht nicht befürchtet zu werden.

4.3. Durchführung der Messungen

Die Versuchsanordnung für die Bestimmung der Sendestärke $S(\omega)$ durch nichtlineare Effekte besteht im Kern aus der Chromschicht als thermischem Sender, dem 3.5 cm langen Schallrohr als Schallausbreitungsstrecke und einer supraleitenden Aluminiumschicht als temperaturempfindlichem Empfänger.

Bei der ersten der beiden theoretisch beschriebenen Methoden ist es erforderlich, wie bereits bemerkt, das Maximum der Sinusschwingung mit einem Markierungspuls zu versehen (siehe Abb. II,8), da sonst wegen der Breite des Maximums die Laufzeit nicht genügend genau bestimmt werden kann. Der Markierungspuls besteht aus einem kurzen (2 sec) Rechteckpuls, dessen Höhe etwa 10% der Spannungsamplitude der Sinusschwingung beträgt. Der von der Al-Schicht registrierte Empfangspuls wird bei offenen Filtern verstärkt und auf den Oszillografen gegeben. Dort wird die Laufzeit für den Markierungspuls bei jeweils zwei verschiedenen Sendeleistungen abgelesen, und aus den Unterschieden in der Laufzeit läßt sich gemäß Formel (II,7) die Größe

$$\Gamma_2(1+S(\omega)) = 1 \cdot \frac{\Delta \frac{1}{\tau_{max}}}{\Delta q_0}$$

ermitteln. Bei den verwendeten Sendeleistungen (0.2 W/cm^2) ergeben sich Laufzeitunterschiede von etwa $5 \mu\text{sec}$ bei einer Ablesegenauigkeit von $0.5 \mu\text{sec}$, d. h. die Genauigkeit der Messung liegt bei 10%.

Beachtet werden muß, daß das eigentliche Sendesignal durch den Markierungspuls merklich verfälscht wird, denn die Sendeleistung ist in der Spitze um etwa 20% zu hoch. Dieser Fehler wird dadurch korrigiert, daß in einer zweiten Meßreihe der Markierungspuls in ein Minimum der Sendespannung plaziert wird, was für die Sendeleistung bedeutet, daß das zugehörige Maximum mit einem negativen Puls markiert wird, in dessen Spitze die Leistung um 20% zu tief ist. Den richtigen Wert für $\Gamma_2(1+S(\omega))$ erhält man durch Mittelwertbildung aus beiden Meßreihen.

Eine weitere Quelle für Meßfehler ist die Temperaturdrift wäh-

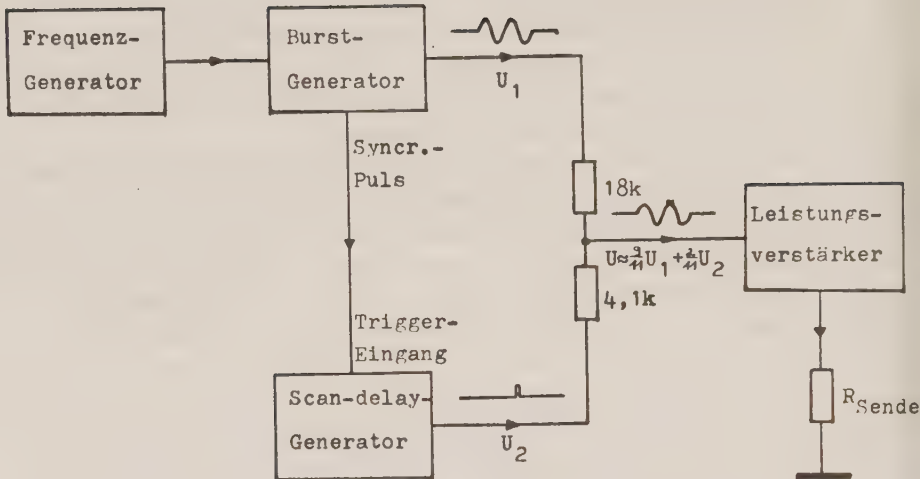


Abb. II,8

Schaltung des Senders zur Absolutbestimmung der Sendestärke nach der ersten nichtlinearen Methode.

Der Frequenzgenerator (Hewlett-Packard 651B Test-Oscillator) erzeugt ein Sinussignal variabler Frequenz und Amplitude. Der Burst-Generator (General Radio 1396-B) formt das Sinussignal zu Blöcken, die aus jeweils zwei oder auch mehr Perioden bestehen. Gleichzeitig steuert der Burst-Generator mit einem Synchronisationspuls den Scan-Delay-Generator (Brookdeal-Ortec 9425) an, der einen Rechteck-Impuls abgibt, dessen Dauer und dessen zeitliche Verzögerung gegenüber dem Einsetzen des Sinusblocks einstellbar ist. Für die Messung wird die Verzögerung so eingestellt, daß der Rechteck-Puls einmal mit dem Maximum und einmal mit dem Minimum der Sinusschwingung zusammentrifft. Durch die Schaltung mit den beiden Widerständen addieren sich beide Spannungssignale in dem angegebenen Verhältnis (das so eingestellt wird, daß der Rechteckpuls 10% der Höhe des Sinussignals hat). Beide Signale werden dann gemeinsam verstärkt und dem thermischen Sender zugeführt.

rend der Messung, die eine unerwünschte Laufzeitverschiebung bewirkt. Um Fehler auszuschließen, wird einerseits die Wiederholzeit der Sendepulse möglichst lang gewählt (1/2sec) und andererseits die Zeit zwischen den zwei Messungen bei verschiedener Leistung möglichst kurz gehalten. Bei einiger Übung gelingt es, die zwei zugehörigen Laufzeiten innerhalb von 5 sec abzulesen. Außerdem wird einmal bei steigender und einmal bei fallender Leistung gemessen. Durch alle diese Maßnahmen können Aufheizeffekte erkannt und vermieden werden.

Bei der zweiten Methode sind solche Vorsichtsmaßnahmen sowie ein Markierungspuls nicht erforderlich, da sämtliche Informationen aus einem einzigen Durchlauf des Signals gewonnen werden: das Empfangssignal wird vom Oszillografenschirm abfotografiert, das erhaltene Negativ wird auf Millimeterpapier projiziert und die Steigungen $m_{\pm}^E$ abgelesen, während $m_{\pm}^S$ aus der Amplitude A und der Periode T ermittelt wird. Aus diesen Steigungen läßt sich dann (Formel II,8) die Größe

$$\Gamma_2 S(\omega) = \frac{u_{20}^2}{2 \cdot l \cdot \omega \cdot q_0} \cdot \left(\frac{m_{-}^S}{m_{-}^E} - \frac{m_{+}^S}{m_{+}^E} \right)$$

berechnen, wobei die Genauigkeit ebenfalls etwa 10% beträgt.

4.4. Ergebnisse und Resümee

In der Abb.II,9 sind die Ergebnisse beider Methoden wiedergegeben. Um die Sendestärke $S(\omega)$ ermitteln zu können, ist zum Vergleich die theoretische Kurve für Γ_2 nach Khalatnikov [19] mit Meßpunkten von Dessler und Fairbank [20] sowie eigenen Kontrollmessungen eingezeichnet. Man sieht, daß sowohl die nach der ersten Methode gewonnene Größe

$$\Gamma_2(1+S(\omega))/2$$

für die Frequenz von 10 kHz als auch die bei 3 kHz nach der zweiten Methode bestimmte Größe

$$\Gamma_2 S(\omega)$$

innerhalb der Fehlergrenzen mit Γ_2 übereinstimmen, woraus

$$S(\omega) \approx 1$$

für Frequenzen bis zu 10 kHz geschlossen werden muß.

Bei einer kritischen Wertung dieser Ergebnisse muß gesagt werden, daß die nichtlineare Methode zur Bestimmung der Sendestärke $S(\omega)$ eines thermischen Senders nur bedingt geeignet ist, vor allem deswegen, weil es nicht möglich war, $S(\omega)$ für die Frequenz von 40 kHz, bei der die Kopplungsmessungen durchgeführt worden sind, zu bestimmen.

Die erste Methode versagt bei Frequenzen um etwa 20 kHz, bei der sich der Markierungspuls nicht mehr scharf genug von der Sinusschwingung abhebt. Der negative Markierungspuls in der Sendeleistung z.B. ist bei dieser Frequenz am Empfänger nicht mehr als Minimum erkennbar, so daß eine zuverlässige Laufzeitbestimmung nicht mehr möglich ist.

Die zweite Methode liefert bereits bei Frequenzen von 10 kHz für $S(\omega)$ zu kleine und offensichtlich falsche Werte.

Ein Grund für dieses Versagen der nichtlinearen Methode scheint mir darin zu liegen, daß die Formel II,3 von Khalatnikov dissipative Prozesse nicht berücksichtigt, was nur für tiefe Frequenzen erlaubt sein kann. Solche dissipativen Prozesse treten in der steilen Flanke der (verzerrten) Sinusschwingung stärker auf als in der abgeflachten, und wirken somit einer weiteren Aufsteilung entgegen. Bei der zweiten Methode kommt hinzu, daß nicht nur der Sender, sondern auch der Empfänger trägt arbeitet und das Signal weniger verzerrt wiedergibt als es in Wirklichkeit ist.

Immerhin aber kann aus den Ergebnissen der nichtlinearen Methode geschlossen werden, daß die als thermischer Sender verwendete Chromschicht bei einer Badtemperatur von 1,3 K bis 1,7 K und für Frequenzen bis zu 10 kHz zwischen 80% und 100% der aufgenommenen elektrischen Leistung als zweiten Schall in das He II abstrahlt.

Für die tatsächliche Arbeitsfrequenz von 40 kHz, für die die nichtlineare Methode nicht mehr geeignet ist, kann man aber auch eine untere Grenze für die Sendestärke der Chromschicht angeben, wie in Zusammenhang mit der Empfindlichkeitsbestimmung der Al-schicht erläutert wird.

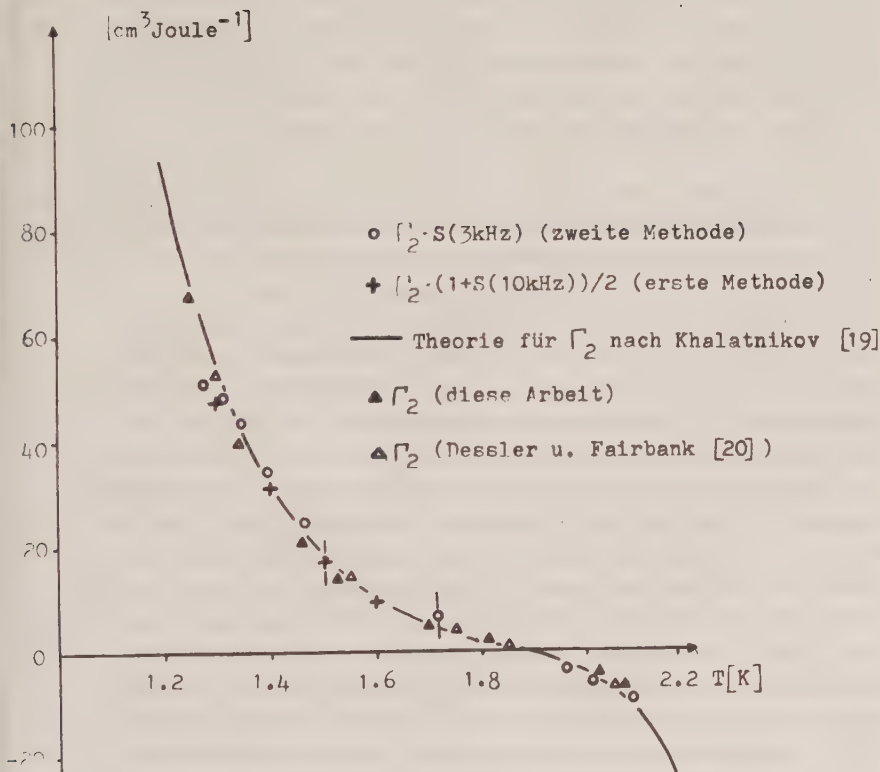


Abb. 11,9

Nichtlineare Effekte bei der Ausbreitung von Sinuswellen des zweiten Schalls.

Zur Vergleich sind der theoretische Verlauf und Meßpunkte für die Größe Γ_2 , die die Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit u_2 von der lokalen Energiestromdichte q_2 charakterisiert, eingezeichnet. Bei Kenntnis von Γ_2 läßt sich aus den Meßpunkten (▲, △) im Prinzip die Sendestärke $S(\omega)$ der Chromschicht bestimmen.

5. Der thermische Empfänger

Als Empfänger für die Temperaturamplituden T_1' und T_2' bei mechanischer Schallanregung ist, basierend auf den Erfahrungen von Buchholz [31], eine dünne auf Glas gedampfte Aluminiumschicht verwendet worden, die in gleicher Weise wie die bereits beschriebene Chromschicht geritzt und kontaktiert wurde.

Die Wirkungsweise einer solchen Metallschicht beruht darauf, daß das aufgedampfte Aluminium bei einer Temperatur, die zwischen 1 K und 2 K liegt (die genaue Temperatur hängt von den spezifischen Eigenschaften der jeweiligen Schicht, insbesondere der Schichtdicke, ab) supraleitend wird und daß dieser Übergang verschmiert ist, so daß der elektrische Widerstand in der Umgebung der Übergangstemperatur sehr stark veränderlich ist. Durch die Al-schicht wird ein konstanter Strom geschickt, und wenn sich deren Temperatur ändert, so ändert sich wegen der damit verbundenen Widerstandsänderung auch die an der Schicht abfallende elektrische Spannung, und diese Spannungsänderung kann als Maß für die Temperaturänderung genommen werden.

Die Vorteile einer solchen Supraleitungsschicht gegenüber den früher [8 u. 9] verwendeten Kohleschichten bestehen zum einen in der sehr viel höheren Empfindlichkeit (maximal 50 V/K gegenüber 0.1 V/K der Kohleschichten) und zum anderen in der geringen Trägheit einer solchen Metallschicht, die nur etwa 10^{-6} cm dick ist (Kohleschicht: $8 \cdot 10^{-4}$) und auch bei Signalfrequenzen von 40 kHz noch einwandfrei arbeitet. Die in dieser Arbeit verwendete Al-schicht hatte eine maximale Empfindlichkeit bei 1.87 K, die zwar nach beiden Seiten hin rasch abfiel, aber sowohl am λ -Punkt als auch bei 1.3 K immer noch etwa zehnmal größer als bei einem Kohleempfänger war.

Nachteile sind die starke Temperaturabhängigkeit der Empfindlichkeit, zu der sich eine gleichfalls starke Stromabhängigkeit gesellt, und daß die Al-schicht für Temperaturen unter 1.87 K das Phänomen der Hysterese zeigt.

Beides erschwert die im folgenden beschriebenen Messungen zur Empfindlichkeitsbestimmung.

5.1. Statische Empfindlichkeitsbestimmung

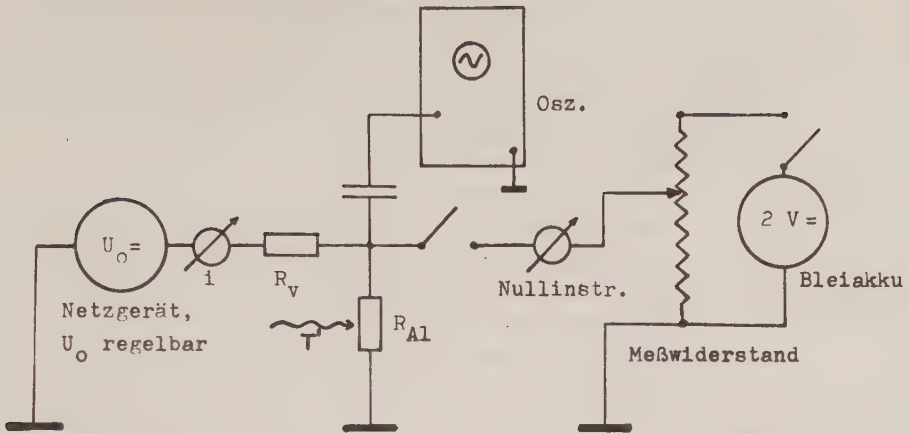


Abb.II, 10

Schaltung zum Empfang von Temperatursignalen und zur Bestimmung der statischen Empfindlichkeit der Al-schicht

Die Schaltung der Al-schicht zum Empfang von Temperatursignalen ist einfach:

Ein Netzgerät (Rohde&Schwarz, Type NGU.BN 95140) liefert eine von 0 V bis 100 V regelbare Gleichspannung, die über den Vorwiderstand R_V von 22 k Ω an die Schicht gelegt wird. Der jetzt fließende Gleichstrom i wird mit einem μ -Amperemeter kontrolliert. Ändert sich die Temperatur der Al-schicht (Auftreffen einer Schallwelle), so ändert sich deren Widerstand R_{Al} und, da der Strom i durch R_V nahezu konstant gehalten wird, auch der Spannungsabfall. Diese Spannungsänderung wird vom Oszillografen aufgezeichnet.

Als Empfindlichkeit $E_{therm.}$ eines thermischen Empfängers definiert man zweckmäßigerweise den Quotienten aus der abgegebenen Wechselspannung U' und der Temperaturschwankung T'_{ein} der einfallenden Welle, für die Al-schicht also

$$E_{Al} := \frac{U'_{Al}}{T'_{ein}} .$$

Zur Bestimmung dieser Empfindlichkeit unter statischen Verhältnissen wird mit einer Kompensatorschaltung (Gebr. Ruhstatt, Göttingen) direkt an der stromdurchflossenen Al-schicht der Spannungsabfall $U_{Al}(U_0, T)$, der von der angelegten Vorspannung und der Temperatur abhängt, auf vier Stellen genau gemessen. Der Differentialquotient

$$\left(\frac{\partial U_{Al}}{\partial T_{Al}} \right)_{U_0, \text{stat.}}$$

wird durch den Differenzenquotienten

$$\left(\frac{\Delta U_{Al}}{\Delta T_{He}} \right)_{U_0} = \text{const}$$

approximiert, indem die Temperatur des Heliumbades zwischen zwei Spannungsmessungen jeweils um wenige mK geändert wird. Der Zusammenhang des obigen Differentialquotienten mit der Empfindlichkeit ist der folgende:

Trifft eine Welle mit der Temperaturamplitude T'_{ein} auf den Empfänger, so entsteht eine reflektierte Welle mit der Temperaturamplitude $R \cdot T'_{\text{ein}}$, so daß die Temperatur im He unmittelbar vor dem Empfänger

$$T'_{\text{He}} = T'_{\text{ein}} + T'_{\text{refl}} = (1 + R) \cdot T'_{\text{ein}}$$

ist. Wegen der Trägheit des Empfängers und weil der Reflexionskoeffizient R nicht größer als eins sein kann, gelten die Ungleichungen

$$T'_{Al} \leq T'_{\text{He}} \leq 2 \cdot T'_{\text{ein}}$$

aus denen

$$(II,9) \quad E_{Al} \leq 2 \cdot \left(\frac{\partial U_{Al}}{\partial T} \right)_{U_0, \text{stat.}} =: E_{Al, \text{stat}}$$

gefolgert werden kann. Für "tiefe" Frequenzen der einfallenden Schallwelle sollte näherungsweise das Gleichheitszeichen gelten, die Frage aber, wielange Frequenzen als tief angesehen werden dürfen, kann letztlich nur experimentell beantwortet werden.

5.2. Widerstandssprünge und Hysterese ¹⁾

Bei den Messungen mit dem Kompensator zur Empfindlichkeitsbestimmung der Al-schicht merkt man sehr bald, daß dies für Temperaturen unterhalb von 1.85 K nicht mehr gut möglich ist, da sich die Spannung an der Al-schicht immer wieder sprunghaft ändert und ein Temperaturintervall zur Bestimmung des Differenzenquotienten $U_{Al}/\Delta T$ ohne solche Sprünge nicht zuverlässig gefunden werden kann. Parallel zu den Sprüngen tritt in der Empfindlichkeit der Schicht eine Hysterese auf, d.h. die Empfindlichkeit hängt nicht nur von der Temperatur T und dem Strom i ab, sondern auch davon, auf welchem Weg der Strom (und die Temperatur) eingestellt worden sind, wie die folgenden Darstellungen, die bei jeweils konstanter Temperatur gewonnen wurden, zeigen:

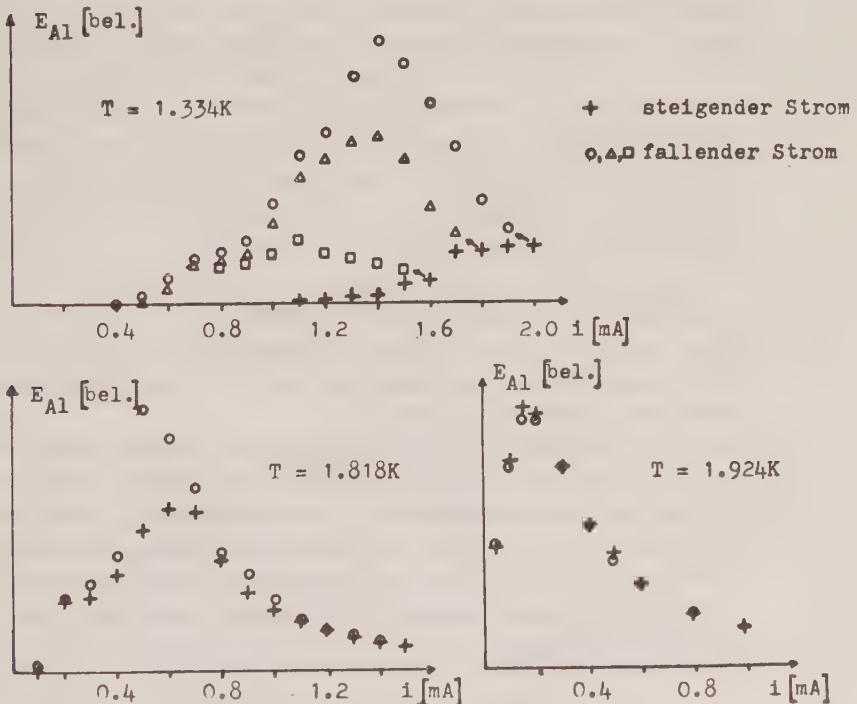


Abb. II, 11

Hysterese in der Empfindlichkeits-Strom-Charakteristik der Al-schicht bei verschiedenen Temperaturen.

1) Zu diesem Phänomen siehe auch [37].

Den Darstellungen ist zu entnehmen:

- a) Die Hysterese ist am ausgeprägtesten für $T = 1.334 \text{ K}$, sie ist bei 1.818 K wesentlich schwächer, aber noch vorhanden, und bei 1.924 K ist keine Hysterese mehr merkbar.
- b) Der Strom, bei dem die Empfindlichkeit maximal wird, ist um so geringer, je höher die Temperatur ist: 1.4 mA für 1.334 K , 0.5 mA für 1.818 K und nur 0.15 mA für 1.924 K .
- c) Bei 1.818 K tritt für Ströme $> 1.0 \text{ mA}$ eine Sättigung ein, während bei 1.334 K selbst bei 2.0 K die Sättigung noch nicht erreicht ist.

Um der Al-schicht für jede Temperatur trotz der Stromabhängigkeit und der Hysterese eine eindeutige und reproduzierbare Empfindlichkeit zuordnen zu können, muß angegeben werden, auf welchem Wege der Strom i jeweils einzustellen ist:

In dieser Arbeit ist so verfahren worden, daß die Gleichspannung U_0 zunächst auf ihren maximalen Wert von 100 V eingestellt wird, wobei ein Strom i von etwa 2 mA fließt, und daß dann U_0 zurückgedreht wird, bis das Empfangssignal, das gleichzeitig auf dem Oszillografenschirm beobachtet wird, maximal wird. Der dann fließende Gleichstrom wird mit $i_{\max}$ bezeichnet. Für Temperaturen oberhalb von 1.87 K kann jetzt mit dem Kompensator die statische Empfindlichkeit bestimmt werden.

Die Ergebnisse für $E_{\text{Al, stat}}$ und $i_{\max}$ sind in der Abb. II, 12 wiedergegeben.

5.3. Dynamische Empfindlichkeitsbestimmung

Außer durch das beschriebene dynamische Verfahren kann die Empfindlichkeit einer Al-schicht auch mit einem dynamischen Experiment bestimmt werden:

Eine Chromschicht als thermischer Sender strahlt zweiten Schall ab, der die Länge l des Schallrohres durchläuft und an der Al-schicht ein Spannungssignal U'_{Al} hervorruft. Nach der Formel (II, 1) im Abschnitt über den thermischen Sender ist die Energiestromdichte q_2 in der vom Sender abgestrahlten Schallwelle mit der vom Sender aufgenommenen elektrischen Leistung/Fläche über die Beziehung

$$q_2 = S(\omega) \cdot q_0$$

verknüpft. Berücksichtigt man die Dämpfung des zweiten Schalls, so ist die Temperaturamplitude der am Empfänger einfallenden Welle

$$T'_{2\text{ein}} = Z_2 \cdot S(\omega) \cdot q_0 \cdot e^{-\alpha_2 l},$$

wobei Z_2 die thermische Impedanz und α_2 der Dämpfungskoeffizient des zweiten Schalls ist, der sich aus dem Größenvergleich des Empfangssignals mit den nachfolgenden Echos ermitteln läßt. Damit läßt sich die Empfindlichkeit des Empfängers schreiben als

$$E_{A1} := \frac{U'_{A1}}{T'_{\text{ein}}} = \frac{1}{S(\omega)} \cdot \frac{e^{\alpha_2 l} \cdot U'_{A1}}{Z_2 \cdot q_0}.$$

Meßbar ist dabei die Größe

$$E_{A1, \text{dyn}} := \frac{e^{\alpha_2 l} \cdot U'_{A1}}{Z_2 \cdot q_0},$$

die als dynamische Empfindlichkeit bezeichnet werden soll. Zwischen der tatsächlichen Empfindlichkeit E_{A1} und der dynamischen Empfindlichkeit $E_{A1, \text{dyn}}$ besteht die Beziehung

$$(II, 10) \quad E_{A1} = E_{A1, \text{dyn}} / S(\omega) \geq E_{A1, \text{dyn}}.$$

Demzufolge liefert die dynamische Messung eine untere Grenze für die Empfindlichkeit des thermischen Empfängers. Damit man eine gute Abschätzung erhält, sollte man einen möglichst trägheitslosen, d. h. sehr dünnen Metallfilm als Sender verwenden. Die Ergebnisse einer solchen Meßreihe für die Frequenz von 40 kHz sind in der Abb. II, 12 wiedergegeben. Vergleicht man mit den Resultaten der statischen Messung, die ja eine obere Grenze für E_{A1} liefert, so sieht man, daß beide Meßreihen nur um etwa 25% differieren.

Aus den Werten für $E_{A1, \text{stat}}$ und $E_{A1, \text{dyn}}$ kann man auch eine Information über die Sendestärke $S(\omega)$ des thermischen Senders gewinnen: Löst man die Formel (II, 10) nach $S(\omega)$ auf und schätzt die Empfindlichkeit E_{A1} durch die obere Grenze $E_{A1, \text{stat}}$ ab, so ergibt sich

$$(II, 11) \quad S(\omega) = E_{A1, \text{dyn}} / E_{A1} \geq E_{A1, \text{dyn}} / E_{A1, \text{stat}}.$$

Setzt man die gemessenen Werte für die Empfindlichkeiten ein, dann erhält man die Abschätzung

$$(II, 12) \quad 75\% \leq S(\omega) \leq 100\% \quad \text{für } 1.87 \text{ K} < T < T_\lambda.$$

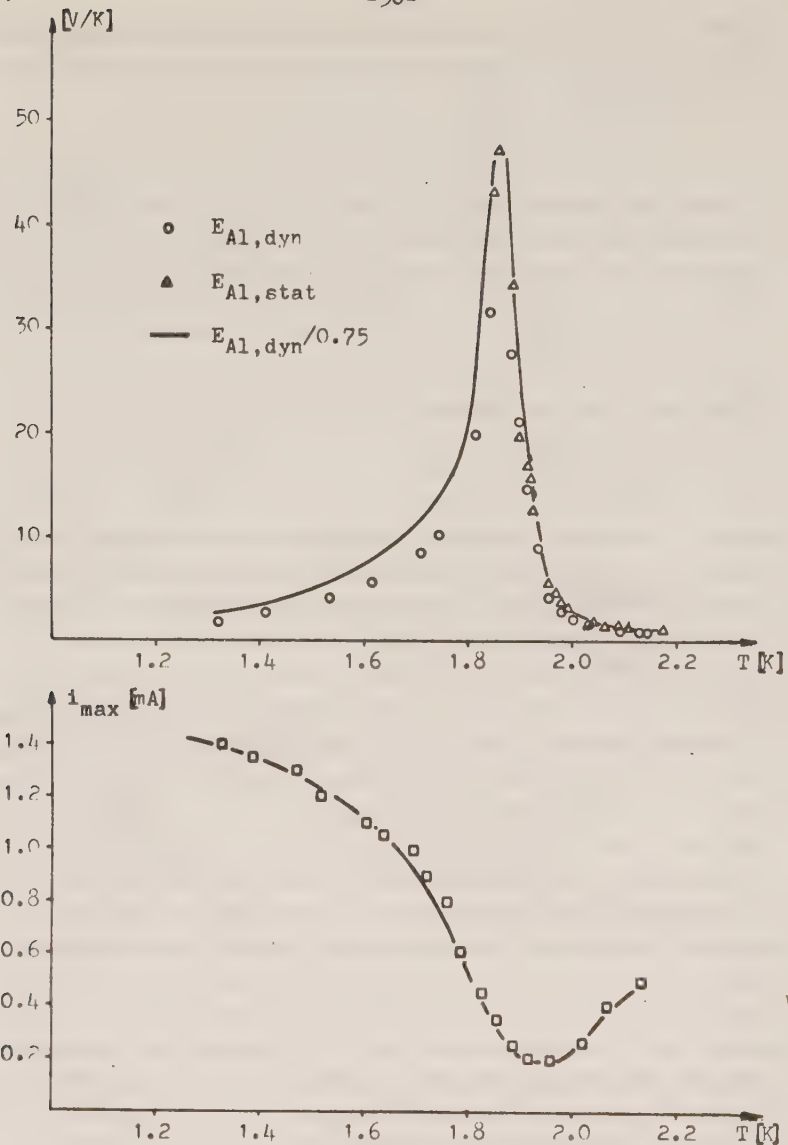


Abb.11,12

Zur Empfindlichkeitsbestimmung der Al-schicht.

Die Meßpunkte für $E_{Al,stat}$ entsprechen einer oberen, die Meßpunkte für $E_{Al,dyn}$ einer unteren Grenze für die tatsächliche Empfindlichkeit bei der Frequenz von 40 kHz. Wenn die Al-schicht fehlerfrei arbeitet, so stellt die durchgezogene Linie $E_{Al,dyn}/0.75$ die tatsächliche Empfindlichkeit dar. Die im oberen Bild eingezeichneten Empfindlichkeiten sind die bei der jeweiligen Temperatur maximalen und werden beim Strom i_{max} angenommen.

Kap. III

Nachweis der Druckamplituden p'_1 und p'_2 bei thermischer Anregung

1. Die Meßanordnung

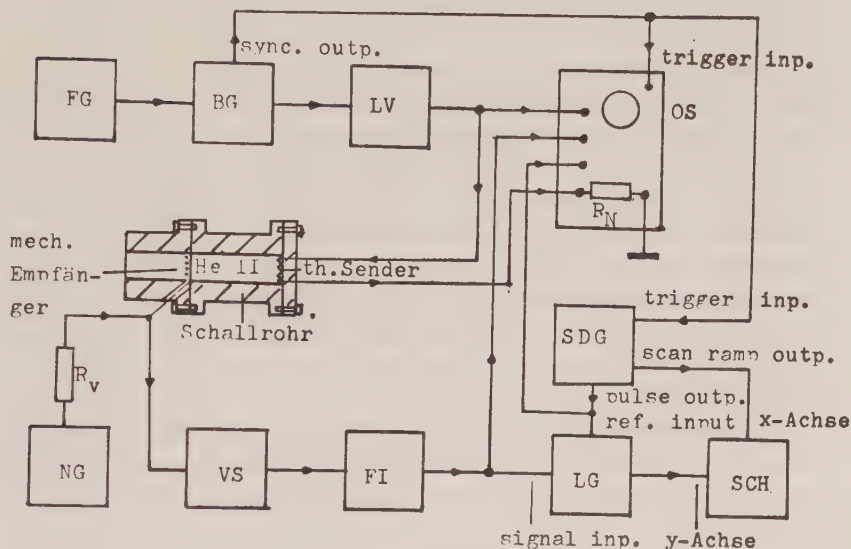


Abb. III, 1

Flockschaltbild der Meßanordnung zum Nachweis der Druckamplituden p'_1 und p'_2 des von einem thermischen Sender abgestrahlten ersten und zweiten Schalls.

Auf der Sendeseite besteht die Anordnung aus dem Frequenzgenerator FG (651B Test-Oscillator, Hewlett-Packard), dem Burst-generator BG (1396-B Tone-Burst Generator, General Radio) und dem Leistungsverstärker LV (Meß-Leistungsverstärker MLV-661, Wandel u. Goltermann). BG verwandelt das eingespeiste kontinuierliche Signal in Blöcke, die aus jeweils einer bestimmten Anzahl von Sinusperioden bestehen, während zwischen den Blöcken das Signal unterdrückt wird. Die Anzahl der Perioden pro Block und der zeitliche Abstand der einzelnen Blöcke ist einstellbar. Für die Kopplungsmessungen besteht ein Block normalerweise aus zwei Perioden bei einer Frequenz von 20 kHz und die Auszeit ist etwa 25 msec, entsprechend einer Wiederholfrequenz von 40 Hz. Das verstärkte Signal wird einerseits in den thermischen Sender eingespeist und andererseits auf dem Schirm des 4-Kanal-Os-

zillographen (Type 545B Oscilloscope, Tektronix) kontrolliert. Der Oszillograf wird getriggert mit dem Synchronisationspuls, den der Burstgenerator zu Beginn eines jeden Blocks abgibt. Der vom thermischen Sender zurückfließende Strom verursacht am genau vermessenen Widerstand R_N einen Spannungsabfall, der zusammen mit der gemessenen Sendespannung die Ermittlung der vom Sender aufgenommenen elektrischen Leistung gestattet. Die Tatsache, daß das vom thermischen Sender abgestrahlte Schallsignal proportional der elektrischen Leistung ist, bedeutet, daß das Schallsignal (genauer: der oszillierende Anteil des Schallsignals) aus der doppelten Anzahl von Perioden der doppelten Frequenz (4 Perioden bei 40 kHz) besteht.

Auf der Empfangsseite der Anordnung treffen die Schallwellen auf die bewegliche Membran des Netzmikrofons, an der eine Vorspannung von 300 V liegt (Netzgerät NG der Fa. Rohde&Schwarz, Type NGU-BN 95140 und Vorwiderstand $R_V = 100 \text{ M}\Omega$) und verursachen eine Spannungsschwankung. Diese Spannungsschwankung wird von VS (Precision ac Amplifier Type 452, Fa. Brookdeal) verstärkt und anschließend durch den variablen Bandpaß-Filter FI (Model 3103 Filter, Krohn-Hite) bei einer sehr breiten Einstellung von 15 kHz - 150 kHz geschickt. Das so verarbeitete Empfangssignal kann nun entweder direkt auf dem Oszillografenschirm abgelesen werden, oder es wird zur Verbesserung des Signal-Rauschverhältnisses der Mittelung durch einen Boxcar-Integrator unterworfen und vom x-y-Schreiber SCH (Fa. Servogor) aufgezeichnet. Der Boxcar-Integrator besteht aus den beiden Geräten SDG (Scan Delay Generator 9425) und LG (Linear Gate 9415) der Fa. Ortec-Brookdeal.

2. Ergebnisse für p_1' (Relativmessung)

Die Messung des von einem thermischen Sender erzeugten und mit erster Schallgeschwindigkeit laufenden Drucksignals p_1' mit der beschriebenen Anordnung bereitet keine außergewöhnlichen Schwierigkeiten, ja es zeigt sich sogar, daß man auf die Anwendung des Boxcar-Integrators verzichten kann, da sich das Empfangssignal bereits auf dem Oszillografenschirm so genau ablesen läßt, daß die Unsicherheit nur etwa 2% beträgt. Als Ergebnis ist in der Abb.III,2 die Empfangsspannung p_1' im Verhältnis zur elektrischen Leistung q_0 am Sender für den Temperaturbereich von 1.3 K bis nahe an den λ -Punkt wiedergegeben. Der Vergleich mit der theoretischen Kurve, die bei 1.5 K angepaßt worden ist, zeigt eine überall ausgezeichnete Übereinstimmung.

Geachtet werden muß bei der Messung darauf, wie die Autoren [3] u. [9] herausstellen, daß der Linearitätsbereich nicht verlassen wird, d.h. die vom thermischen Sender abgestrahlte Leistung darf nur so hoch sein, daß das Empfangssignal noch proportional zu dieser Leistung ist.

Es zeigt sich, daß diese Linearitätsbedingung bei einer Sendeleistung von 62 mW/cm^2 , gemessen von Spitze zu Spitze, im Temperaturbereich von 1.3 K bis 2.14 K überall erfüllt ist. Bei weiterer Annäherung an den λ -Punkt wird das Empfangssignal zunehmend verzerrt, und auch die Proportionalität stimmt nicht mehr, so daß die Sendeleistung reduziert werden muß. Bei 9 mW/cm^2 , der geringsten verwendeten Sendeleistung, war es möglich, bis auf 5 mK an den λ -Punkt heranzugehen, ohne den Linearitätsbereich zu verlassen.

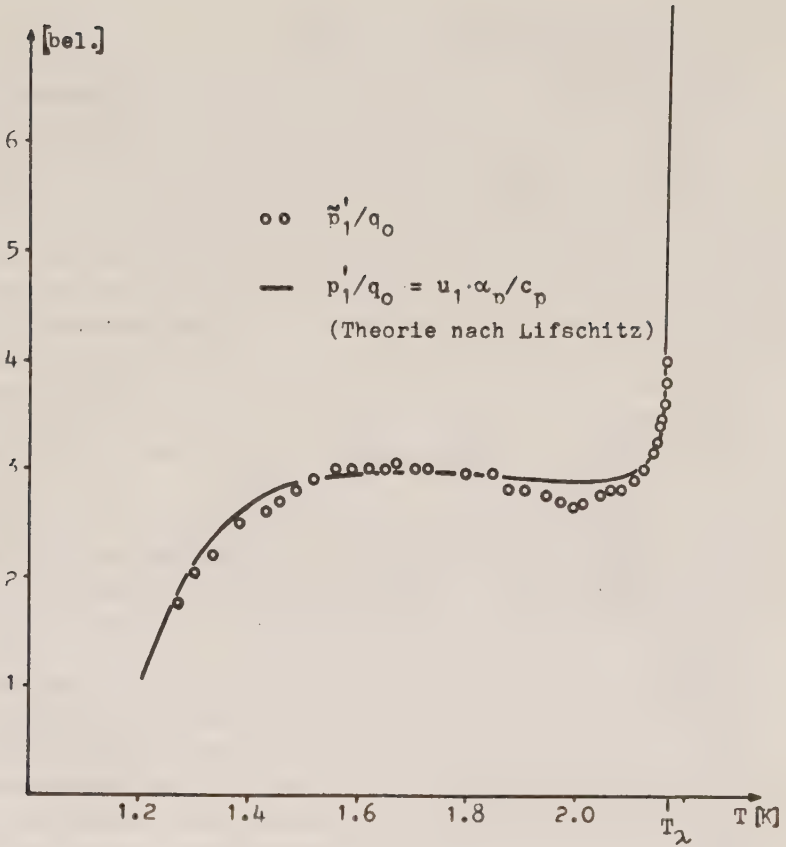


Abb.III,2

Die vom Kondensatormikrofon bei thermischer Schallanregung registrierte Spannungsamplitude $\tilde{p}'_1$, bezogen auf konstante Sendeleistung q_0 . Die zum Vergleich eingezeichnete theoretische Kurve ist bei 1.5 K an die Meßpunkte angefitet worden.

2.1. p'_1 in der Nähe von T_λ

Für die Betrachtung in der Nähe des λ -Punktes sind noch einige Überlegungen erforderlich. Im ersten Kapitel war für die Druckamplitude p'_1 im Verhältnis zur Entropiestromdichte S_0 am thermischen Sender die Formel

$$(I, 12) \quad \left(\frac{p'_1}{S_0}\right)_{\text{therm}} = \frac{u_1}{G_0} \cdot \frac{\Delta_1 \Delta_2}{\Delta_1 - \Delta_2}$$

hergeleitet worden. Setzt man die Ausdrücke (I, 5) für $\Delta_{1,2}$ ein, so ergibt sich

$$\left(\frac{p'_1}{S_0}\right)_{\text{therm}} = \frac{u_1 \cdot u_{1G}^2}{u_1^2 - u_2^2} \cdot \frac{T_0 \cdot \alpha_p}{c_p}.$$

Für $T_0 > T_\lambda$ kann u_2^2 gegenüber u_1^2 vernachlässigt werden, und es braucht, wie aus der Formel (I, 2) hervorgeht, nicht mehr zwischen u_1 und u_{1G} unterschieden zu werden. Demnach gilt

$$\left(\frac{p'_1}{S_0}\right)_{\text{therm}} \rightarrow u_1 \cdot T_0 \cdot \frac{\alpha_p}{c_p} \quad \text{für } T \rightarrow T_\lambda.$$

Da u_1 endlich bleibt, wird das Verhalten am λ -Punkt durch den Quotienten α_p/c_p bestimmt, der sich mit Hilfe der sogenannten PBF-Relationen bestimmen läßt (PBF = Pippard, Buckingham, Fairbank, Lit. [24]). Man erhält diese Relationen, wenn man anstelle der absoluten Temperatur T eine neue Temperaturvariable t , definiert durch

$$t = t(T, P) := T - T_\lambda(P)$$

eingeführt. Dabei ist $T_\lambda(P)$ die Temperatur des λ -Überganges unter dem Druck P , so daß $t = 0$ die λ -Linie ist, während man die Linien $t = \text{const.}$ in der P, T -Ebene durch eine seitliche Verschiebung der λ -Linie erhält. Die erste der beiden PBF-Relationen lautet

$$\frac{c_p}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_t + P'_\lambda \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P; \quad P'_\lambda := \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_\lambda = \text{Steigung der } \lambda\text{-Linie}$$

und beinhaltet für die Nähe des λ -Überganges, wo P'_λ und insbesondere auch $(\partial S/\partial T)_t$ als lokal konstant angesehen werden dürfen, einen linearen Zusammenhang zwischen den dort rasch veränderlichen Größen α_p und c_p . Für den asymptotischen Zusammenhang

$$\alpha_p = a_\lambda \cdot c_p + b_\lambda \text{ für } T \rightarrow T_\lambda$$

gibt Ahlers [25] die Zahlenwerte $a_\lambda = -1.495 \cdot 10^{-3}$ Mol/Joule und $b_\lambda = 3.32 \cdot 10^{-2} \text{ K}^{-1}$ bei einer Genauigkeit von 1% an. Hieraus kann der endliche Grenzwert

$$\left(\frac{p_1}{S_0} \right)'_{\text{therm}} \rightarrow u_{1\lambda} \cdot T_\lambda \cdot a_\lambda = -28.2 \cdot 10^{-6} \text{ K} \cdot \text{sec/cm}$$

ermittelt werden, der etwa um einen Faktor 3 größer ist als der Wert für $T = 2.15 \text{ K}$. Dieses Anwachsen der Kopplung bei Annäherung an den λ -Punkt ist zuerst von Petrac und Woolf [11] beobachtet und auch erklärt worden und wird durch die Messungen dieser Arbeit sehr gut bestätigt. Die von Hofmann [8] vertretene Auffassung, daß das Signal p_1 bei konstanter Leistung des thermischen Senders am λ -Punkt verschwindet, muß somit sowohl von der Theorie als auch vom Experiment her als überholt angesehen werden.

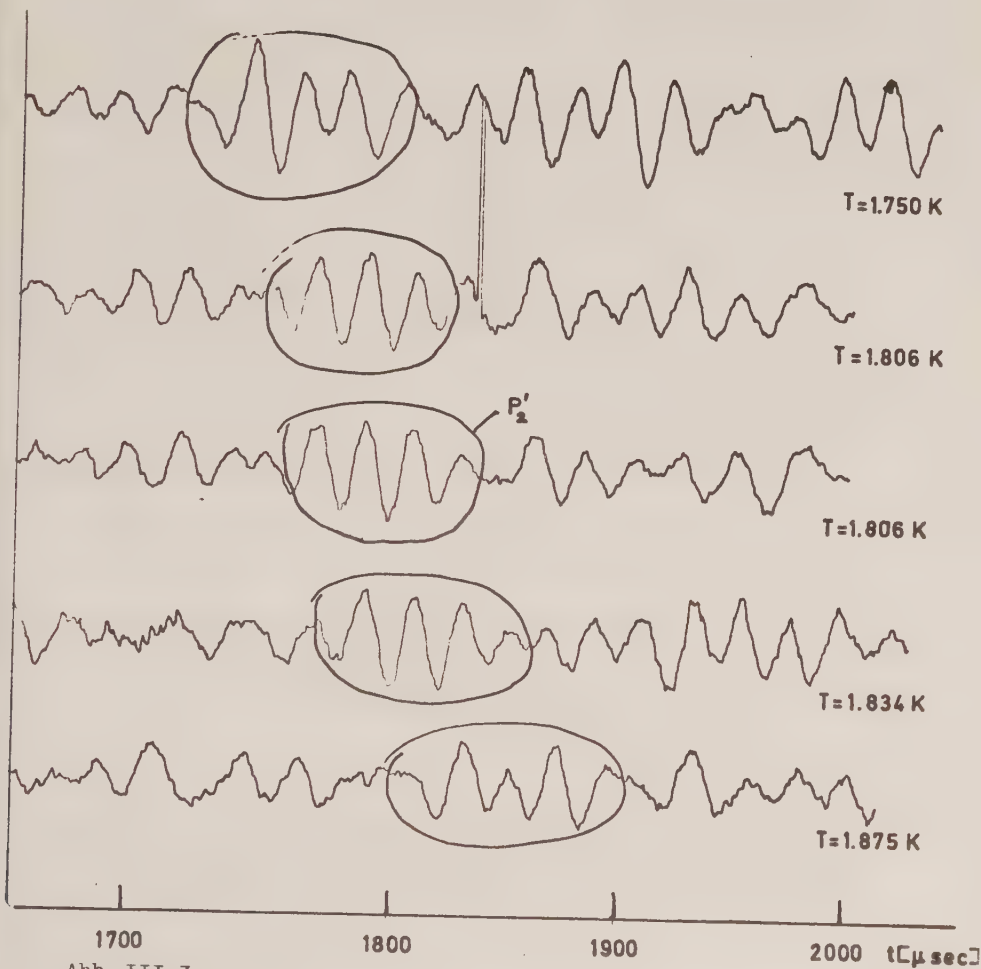
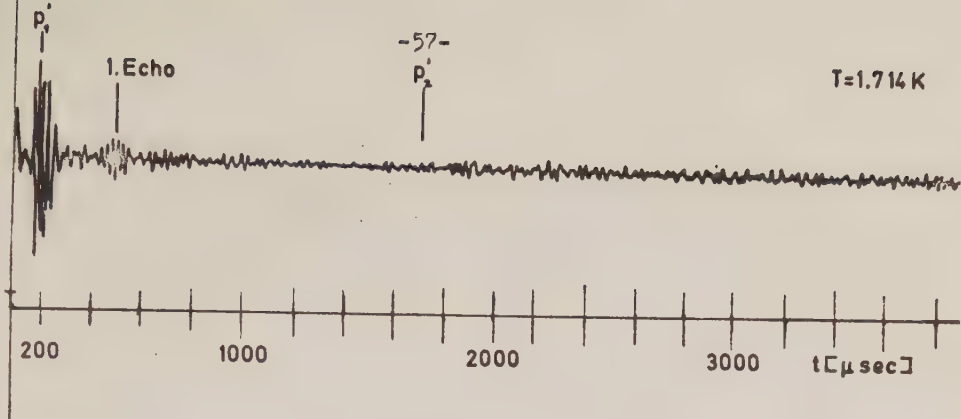


Abb. III, 3

Oszillogramme der bei thermischer Schallanregung nachweisbaren Druckamplituden p'_1 und p'_2 .

3. Das Signal p_2'

Die Druckamplitude p_2' des zweiten Schalls wird mit der gleichen Versuchsanordnung (Abb.III,1) nachgewiesen wie p_1' , jedoch ist der Nachweis wesentlich schwieriger. Der Grund für die Schwierigkeiten liegt darin, daß der Empfänger bei der verwendeten Impulsmethode zunächst die viel größere und mit erster Schallgeschwindigkeit laufende Druckamplitude p_1' registriert und daß das später am Empfänger eintreffende Signal p_2' mit den Echos von p_1' interferiert und nur noch sehr schwer identifiziert werden kann. Soll der Nachweis von p_2' trotzdem gelingen, so muß, z.B. durch ein schallweiches Empfangsmikrofon, dafür gesorgt werden, daß die Echos von p_1' rasch abklingen. Das Kondensatormikrofon mit der Netzelektrode hat diese Eigenschaft, aber trotzdem schlugen die ersten Versuche fehl, p_2' nachzuweisen, weil am offenen Ende des Mikrofons zusätzliche Reflexionen auftreten, die auch durch einen Wellensumpf aus aufgeschäumtem Styropor nicht völlig verhindert werden können. Die Überlagerung dieser mehr oder minder diffusen Echos mit den Echos, die an der Mikrofonmembran entstehen, führt zur Bildung eines Untergrundes, der Signale vortäuschen kann, die in Wirklichkeit gar nicht vorhanden sind. Solche Pseudosignale lassen sich entlarven, wenn man die Sendefrequenz etwas variiert und/oder die elektrostatische Vorspannung des Mikrofons ändert, da sie dann ihre Laufzeit ändern oder sogar ganz verschwinden.

Das echte Signal p_2' konnte erst dann eindeutig identifiziert werden, als es gelang, den Untergrund weiter herabzudrücken, dadurch daß

- 1.) auf die bis dahin übliche mechanische Vorspannung der Hostafanfolie beim Bau des Mikrofons verzichtet wurde,
- 2.) die elektrostatische Vorspannung beim Betrieb von 300 V auf 100 V verringert wurde,
- 3.) Pulse von 60 kHz gesendet wurden anstelle von 40 kHz, wie bei p_1' .

Die ersten beiden Maßnahmen setzten den Reflexionskoeffizienten am Mikrofon herab, und die höhere Sendefrequenz ließ den Untergrund rascher abklingen, zum einen wegen der anwach-

senden Dämpfung, zum andern aber wohl auch dadurch, daß die Sendepulse bei höheren Frequenzen kürzer sind und damit die in jedem Puls enthaltene Schallenergie geringer ist, so daß zur Ausbildung eines Untergrundes einfach weniger Energie zur Verfügung steht.

Die Oszillogramme der Abb.III,3 sind mit dem Boxcar-Integrator aufgenommen worden, und das oberste zeigt deutlich das Signal p'_1 , das schon viel kleinere erste Echo, und daß die weiteren Echos zu einem diffusen Untergrund verschmelzen, aus dem sich p'_2 kaum abhebt. Die weiteren Oszillogramme aber machen deutlich, daß p'_2 trotzdem identifiziert werden kann, und zwar aufgrund der Laufzeit, die sich mit der Temperatur ändert. Berechnet man nämlich aus der Laufzeit die Ausbreitungsgeschwindigkeit des in Frage kommenden Signals, so ergibt sich eindeutig die zweite Schallgeschwindigkeit:

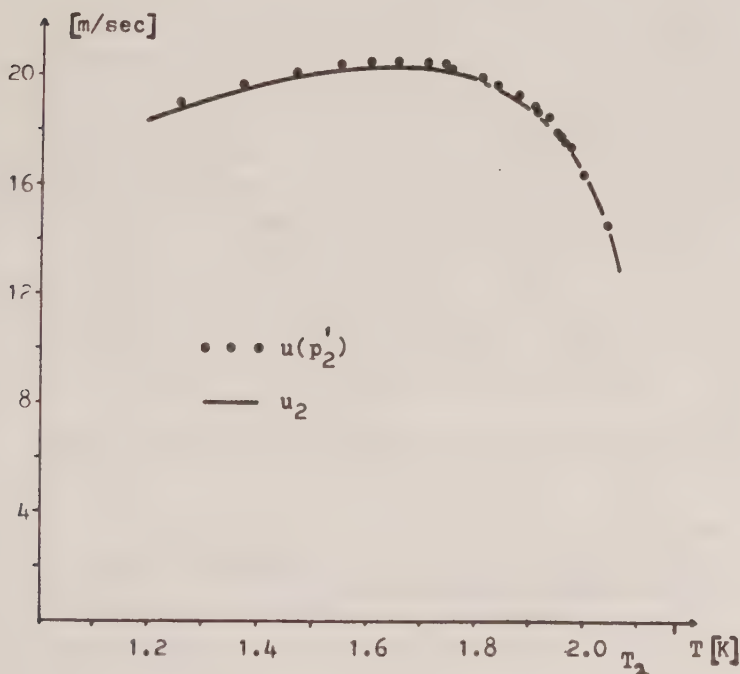


Abb. III,4

Die aus Laufzeitmessungen bestimmte Ausbreitungsgeschwindigkeit der Druckamplitude p'_2 im Vergleich zur Schallgeschwindigkeit u_2 .

Nachdem die Druckamplitude p'_2 gefunden und eindeutig identifiziert ist, kann sie auch quantitativ durch den Größenvergleich mit dem Signal p'_1 bestimmt werden. Wie schon aus den Oszillogrammen der Abb.III,3 deutlich wird, kann man keine genauen Ergebnisse erwarten, da p'_2 mit dem Untergrund interferiert. Jedoch zeigt die Abb.III,5, daß das gemessene Verhältnis p'_2/p'_1 im Temperaturbereich von 1.3 K bis 2.0 K in der richtigen Größenordnung liegt. Oberhalb von 2.0 K wird p'_2 , in Übereinstimmung mit der Theorie, zu klein für einen Nachweis und unterhalb von 1.3 K nimmt die Dämpfung des zweiten Schalls so stark zu, daß p'_2 auch dort nicht meßbar ist.

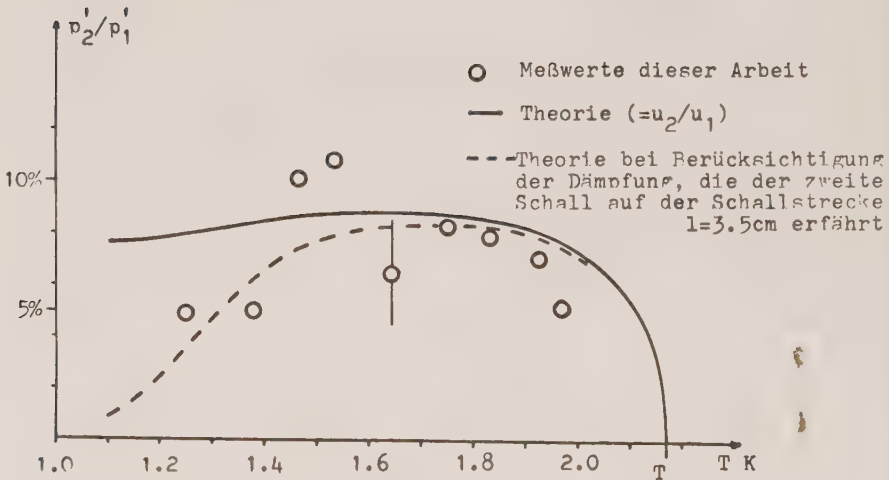


Abb. III,5

Das Amplitudenverhältnis der Drucksignale p'_1 und p'_2 bei thermischer Schallanregung.

3.1. Die Resonanzmethode und der Einfluß der Wandreibung

Es erhebt sich die Frage, ob es nicht günstiger wäre, die Druckamplitude p_2' aus Resonanzmessungen zu ermitteln, wie es von verschiedenen Autoren versucht worden ist.

Ein wesentlicher Vorteil der Resonanzmethode ist, daß bei viel tieferen Frequenzen (Größenordnung 400 Hz) als bei der Impulsmethode gearbeitet werden kann, wodurch die Volumendämpfung die ja mit ω^2 anwächst, um einen Faktor 10^4 geringer ist. Auf den ersten Blick sollte es also möglich sein, p_2' auch bei Temperaturen in der Nähe Nullstelle von α_p (ca. 1.1 K) zu messen. Daß die Verhältnisse jedoch nicht so einfach liegen, beweisen die Ergebnisse der Arbeiten von v. Eynatten u. a. [7], Fritz und Pollack [9] und Bohr [14], die zu tiefen Temperaturen hin sämtlich für p_2' viel zu hohe Werte liefern.

Der Grund für das Versagen der Resonanzmethode ist wahrscheinlich im Einfluß der Wanddämpfung auf die Kopplung zu suchen: da am Rand des Schallausbreitungsrohres die Tangentialkomponente von v_n verschwinden muß, treten bei der Wellenausbreitung im Schallrohr gegenüber einer "echten" ebenen Welle zusätzliche dissipative Effekte auf, die sich pauschal durch die Einführung einer viskosen Wandkraft berücksichtigen lassen.

Der Einfluß dieser Wandkraft wie auch der übrigen Viskositäten auf die Lifschitzkoeffizienten a_1 , b_1 , c_1 , sowie auf die Druckamplituden p_1' und p_2' ist von Dingle [3] berechnet worden. Da diese Rechnungen jedoch nicht mehr dem heutigen Wissensstand entsprechen und in neueren Arbeiten [9 u. 13] widersprüchliche Formeln angegeben werden, war eine Neuberechnung erforderlich, die im Anhang A4 wiedergegeben ist. Für ein rundes Schallrohr vom Durchmesser R erhält man

$$(A4,2) \quad \left(\frac{p_2'}{S_0}\right)_{\text{therm}} = -\frac{\mu_2}{S_0} \left\{ \frac{\mu_2^2 T_0 S_0}{\mu_1^2 - \mu_2^2} \cdot \frac{\alpha_p}{c_p} - i\omega \frac{\mu_1^2 (\frac{1}{2}\gamma + \frac{1}{2}\beta \frac{c_1}{c_2})}{\mu_2^2 \rho_0 (\mu_1^2 - \mu_2^2)} - (1+i) \frac{\rho_{no}}{\rho_0 R} \sqrt{\frac{2\eta}{\mu_0 \rho_0 (\mu_1^2 - \mu_2^2)}} \right\}$$

wobei der letzte Term dem Einfluß der Wanddämpfung zuzuschreiben ist. Bemerkenswert ist dabei die Abhängigkeit mit $1/\sqrt{\omega}$, so daß dieser Term bei den Frequenzen der Resonanzmethode

rund zehnmal größer ist als bei den 40 kHz der Impulsmethode und für Temperaturen um 1.1 K, wie die Abb.III,6 zeigt, sogar den Einfluß des thermischen Ausdehnungskoeffizienten übertrifft. Wie ich meine, demonstriert diese Abbildung auch, daß die Abweichungen der Resonanzmessungen von der Lifschitzschen Theorie sich zumindest qualitativ dem Einfluß der Wanddämpfung zuschreiben lassen. Eine quantitative Untersuchung müßte zusätzlich den Wärmestrom vom Helium in die Wand berücksichtigen und hätte zu prüfen, ob die Frequenzabhängigkeit wirklich mit $1/\sqrt{\omega}$ geht. Diese Untersuchung ist nicht durchgeführt worden, da sie den Rahmen der Arbeit sprengen würde.

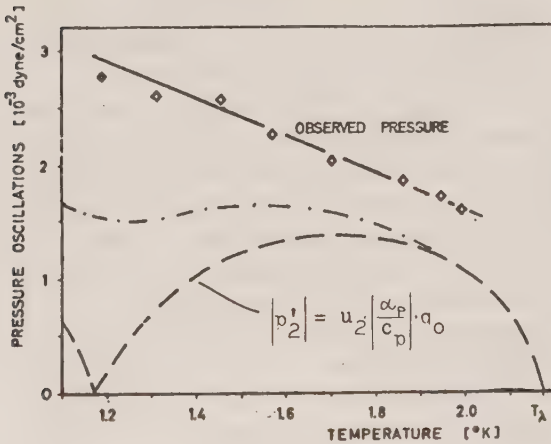


Abb.III,6 (aus [7])

Die Druckamplitude p_2 des zweiten Schalls, gemessen mit der Resonanzmethode.

♦ ♦ Meßwerte von v. Eynatten u. a. [7]

— — Theorie für p_2 nach Lifschitz [2]

-.- Theorie bei Berücksichtigung der Wandreibung für eine Frequenz von 400 Hz und einen Schallrohrdurchmesser von 1 cm. Diese Kurve ist in [7] nicht enthalten und vom Autor der vorliegenden Arbeit eingeführt worden, um den großen Einfluß der Wandreibung zu demonstrieren.

(q_0 ist die Amplitude der Energiestromdichte am Sender.)

4. p_1' im Verhältnis zu S_0 (Absolutmessung)

Die Absolutmessung der Druckamplitude p_1' im Verhältnis zur Entropiestromdichte S_0 am thermischen Sender erfordert einerseits die Bestimmung der Empfindlichkeit des Empfangsmikrofons und andererseits die Kenntnis der Sendestärke der Chromschicht. Die Empfindlichkeit des Mikrofons läßt sich während einer Meßreihe für p_1' jederzeit mit Hilfe der "Selbstreziprozitätsmethode" bestimmen, die bei der Besprechung des mechanischen Empfängers erwähnt und bei Hofmann [8] ausführlich beschrieben ist. Bei diesen Reziprozitätsmessungen zeigt es sich, daß die Empfindlichkeit sich von 1.3 K bis in die Nähe des λ -Punktes praktisch nicht ändert, was aber auch nicht zu erwarten ist, da die akustische Impedanz ϱu_1 des He II ebenfalls nahezu temperaturunabhängig ist. Deswegen genügt es, die Empfindlichkeit des Mikrofons bei einer Temperatur (1.3 K) zu bestimmen und zum Vergleich einige Kontrollmessungen zu machen (bei 1.6 K, 1.9 K, 2.15 K). Auf der anderen Seite muß die von der Chromschicht in das Helium abgestrahlte Entropiestromdichte S_0 ermittelt werden. Hierfür steht an Information einerseits die vom Sender aufgenommene elektrische Leistung/Fläche q_0 zur Verfügung und andererseits die bei der Empfindlichkeitsbestimmung der Al-schicht gewonnene Aussage, daß die Sendestärke der Chromschicht (die als das Verhältnis von abgestrahlter Schalleistung zu aufgenommener elektrischer Leistung definiert war) bei 40 kHz zwischen 75% und 100% liegen muß. Die Entropiestromdichte S_0 am thermischen Sender erhält man, wenn man die Energiestromdichte, die ja wegen der Randbedingung $j = 0$ eine reine Wärmestromdichte ist, durch die Temperatur dividiert. Man hat also die Ungleichungen

$$\frac{0.75 \cdot q_0}{T} \leq S_0 \leq \frac{q_0}{T} \quad \text{für } 1.87 \text{ K} < T < T_\lambda$$

und

$$S_0 \leq \frac{q_0}{T} \quad \text{für } T < 1.87 \text{ K.}$$

Zusammen mit dem Ergebnis der Reziprozitätsmessung kann man dann für p_1'/S_0 im Temperaturbereich $1.87 \text{ K} < T < T_\lambda$ eine obere

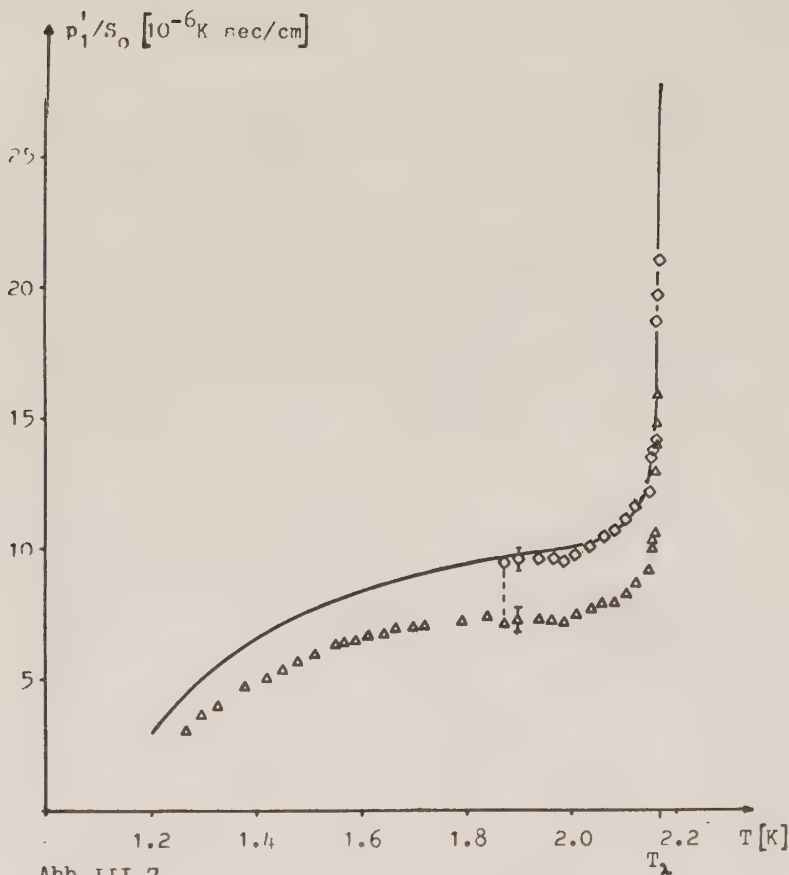


Abb. III,7

Absolutbestimmung von p'_1/S_0 .

- ◊ obere Grenze für den Absolutwert (Sendestärke = 75%)
- ▲ untere Grenze für den Absolutwert (Sendestärke = 100%)
- ◊ I Unsicherheit in der Druckmessung
- ◊ Unsicherheit des Absolutwertes, bedingt durch die unzureichende Kenntnis der Sendestärke der Chromschicht
- Theorie nach Lifschitz.

und eine untere Grenze des Absolutwertes angeben, für $T < 1.87 \text{ K}$ aber nur eine untere Grenze, wie es in der Abb.III,7 dargestellt ist.

Man sieht, daß die nach der Theorie von Lifschitz berechneten Werte, dargestellt durch die durchgezogene Linie, zwar an der oberen Grenze, aber doch innerhalb des Toleranzbereichs der Meßwerte liegen, so daß die Ergebnisse der Absolutbestimmung von p'_1/S_0 , zumindest für den Temperaturbereich von 1.87 K bis zu T_λ , die Theorie der Kopplung vollauf bestätigen. Wenn es erlaubt ist, das Ergebnis $75\% < S(40\text{kHz}) < 100\%$ für die Sendestärke der Chromschicht zu extrapolieren, so besteht diese Übereinstimmung sogar über den ganzen Temperaturbereich von 1.3 K bis zum λ -Punkt.

4.1. Folgerungen für die Sendestärke der Chromschicht

Man kann die Meßwerte der Abb.III,7 auch von einem anderen Standpunkt aus betrachten:

Glaubt man an die Richtigkeit der Theorie der Kopplung, woran eigentlich kein vernünftig begründeter Zweifel besteht, und schreibt (I,12) in der Form

$$(S_0)_{\text{therm}} = (p'_1)_{\text{therm}} \frac{G_0 \cdot (\Delta_2 - \Delta_1)}{u_1 \cdot \Delta_1 \cdot \Delta_2},$$

so sieht man, daß die Absolutmessung von $(p'_1)_{\text{therm}}$ die Bestimmung von $(S_0)_{\text{therm}}$, der vom thermischen Sender abgestrahlten Entropiestromdichte, gestattet. Berechnet man aus dieser Entropiestromdichte die zugehörige Energiestromdichte und vergleicht mit der vom Sender aufgenommenen elektrischen Leistungsdichte q_0 , so ergibt der Quotient die Sendestärke $S(\omega)$. Ein Blick auf die Abb.III,7 zeigt, daß man auf diese Weise für den Temperaturbereich $1.3 \text{ K} < T < T_\lambda$ durchgehend den Wert

$$S(40\text{kHz}) \approx 75\%$$

erhält. Dieser Wert fällt interessanterweise mit der unteren

Grenze des Ergebnisses aus Kap.II.5.3 zusammen, und das hat Konsequenzen auch für die Empfindlichkeitsbestimmung der Aluminumschicht, die demnach (Formel II,11 zusammen mit II,12) mit $E_{Al,stat}$ zusammenfällt, also an der oberen Grenze liegt. Dieses Ergebnis bedeutet, daß die Al-schicht als thermischer Empfänger bei 40 kHz noch praktisch trägheitslos arbeitet, während die von der Chromschicht als Sender abgestrahlte Amplitude um 25% unter dem maximal möglichen Wert liegt, und stellt das Hofmannsche Reziprozitätsverfahren für zweiten Schall, wonach identische Sender und Empfänger das gleiche Frequenzverhalten zeigen sollen, in Frage.

Daß Sender und Empfänger sich unsymmetrisch verhalten, wird jedoch verständlich, wenn man bedenkt, daß die Strombelastung nicht vollkommen homogen über die ganze Fläche des Senders verteilt ist (Abb.II,2) und daß ein ungleichmäßig belasteter Sender außer der ebenen Grundwelle zweiten Schalls auch höhere Zylinderwellen abstrahlt. Solche Wellen haben ganz allgemein die Form

$$T'_2 = \text{const} \cdot J_m(k_r r) \cdot e^{im\varphi} \cdot e^{i(k_z z - \omega t)} ; \sqrt{k_r^2 + k_z^2} = \frac{\omega}{u_2} ,$$

wobei nur diskrete Werte k_r^{mn} erlaubt sind, die sich aus den Randbedingungen für $r = R$ ergeben. Die höheren Zylinderwellen laufen, falls sie überhaupt ausbreitungsfähig sind, mit jeweils unterschiedlicher Phasengeschwindigkeit durch das Schallrohr und löschen sich am Empfänger teilweise aus. Auf diese Weise wird die Sendestärke der Chromschicht herabgesetzt. Es scheint so, als hätte demgegenüber der Wärmestrom in die Rückwand des Senders (vgl. Kap.II,3) nur geringen Einfluß auf die Sendestärke, denn sonst müßte auch die Al-schicht Trägheitseffekte zeigen. Die Abstrahlung von höheren Zylinderwellen durch den Sender liefert auch eine Erklärung für andere Phänomene:

- a) Untersucht man die Frequenzabhängigkeit des Empfangssignals bei konstanter Sendeleistung, so findet man ein oszillierendes Verhalten anstelle einer monotonen Abnahme, wie sie für reine ebene Wellen zu erwarten wäre;
- b) manchmal beobachtet man, daß das Echo eines Signals größer ist als das Signal selbst;
- c) auch die von Matschke [15] beobachtete komplizierte Abhängigkeit der Empfangssignale vom Schallrohrdurchmesser beruht möglicherweise auf einer geometrieabhängigen Abstrahlung von höheren Zylinderwellen.

5. Ergebnisse anderer Autoren für p_1' und p_2'

Die wichtigsten experimentellen Arbeiten über die Kopplung von erstem und zweitem Schall bei thermischer Anregung stammen von Hofmann [8], Fritz und Pollack [9] und von Petrac und Woolf [11], die jeweils sowohl p_1' als auch p_2' gemessen haben. Die Arbeit von Petrac und Woolf nimmt dabei insofern eine Sonderstellung ein, als in ihr nicht die Druckamplituden, sondern die Dichteschwankungen ρ_1' und ρ_2' nachgewiesen werden, und zwar durch Lichtstreuung (Debeye-Sears-Effekt). Jedoch ist wegen der Beziehung

$$p_1' = u_1^2 \cdot \rho_1' \quad (\text{folgt aus den Lifschitzkoeffizienten } b_1 \text{ und } d_1, \text{ siehe Anhang A1})$$

der Vergleich mit den akustischen Messungen ohne weiteres möglich.

Die Arbeit von v. Eynatten u.a. [7], die sich nur mit der Druckamplitude des zweiten Schalls befaßt, ist mit ihren Diskrepanzen zur Lifschitzschen Theorie bereits im Abschnitt über den Einfluß der Wanddämpfung auf die Kopplung erwähnt worden und auf die älteren Arbeiten von Lane u.a. [5] und Pellam [6], die die Kopplung nur am Rande behandeln und keine quantitativen Aussagen machen, sowie auf die Messungen von Jacucci und Signorelli [10] soll hier nicht mehr eingegangen werden. Die Ergebnisse der erstgenannten drei Autoren sind in der Abb.III,8 zusammen mit den Messungen dieser Arbeit im Vergleich zur Lifschitzschen Theorie dargestellt, wofür eine Umrechnung der Daten von der Temperaturschwankung am Sender (Fritz u. Pollack) bzw. der Energiestromdichte (Hofmann, Petrac u. Woolf) auf die Entropiestromdichte als Bezugsgröße erforderlich war.

Man sieht, daß für p_1' die Ergebnisse aller Autoren recht gut mit der Theorie übereinstimmen, wenngleich die eigenen Meßpunkte, insbesondere in der Nähe von T_λ , die beste Übereinstimmung zeigen. Erwähnt werden soll noch, daß die Messungen von Hofmann 8 Absolutwerte darstellen (vgl. aber Kap.II, Abschn.3 und Kap.III, Abschn.4.1), während die Meßpunkte dieser Arbeit sozusagen halbabsolut sind, da ihnen ein Wert von 75% für die Sendestärke der Chromschicht zugrunde liegt, während lediglich erwiesen ist, daß die Sendestärke zwischen 75% und 100% liegen muß, und schließlich, daß Fritz u. Pollack sowie Petrac u. Woolf

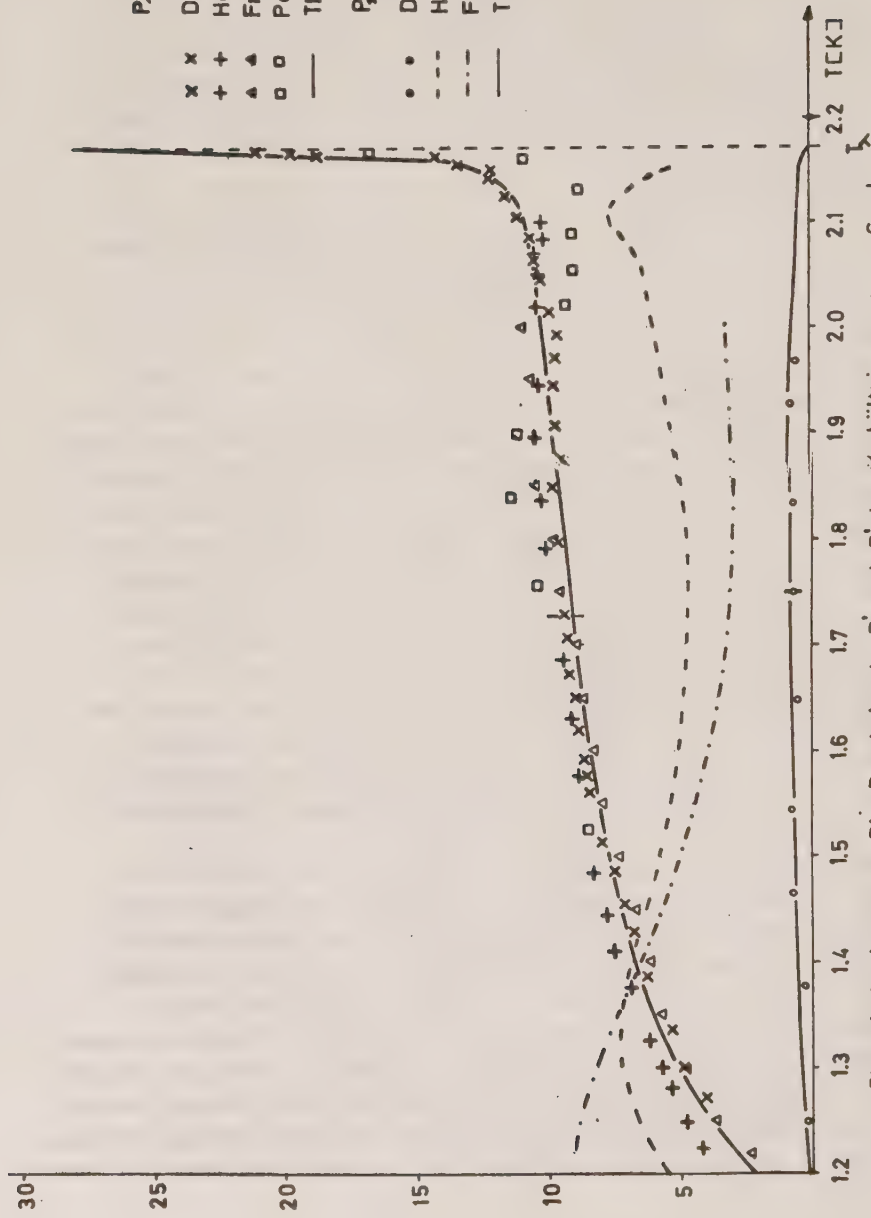


Abb.III,8: Thermische Anregung. Die Drucksignale P_1 und P_2 im Verhältnis zur vom Sender abgestrahlten Entropiestromdichte S_0 .

reine Relativmessungen durchgeführt haben, die jeweils an die theoretische Kurve angepaßt worden sind. Ganz anders ist die Situation bei der Druckamplitude p_2' des zweiten Schalls, denn dort fallen nur die Meßpunkte dieser Arbeit mit der theoretischen Kurve zusammen, während die Ergebnisse von Hofmann wie auch von Fritz u. Pollack beträchtlich zu hoch liegen. Auch die Meßergebnisse für φ_2' von Petrac u. Woolf

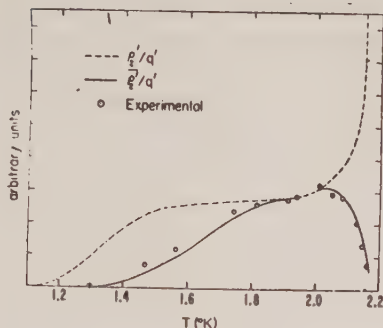


Abb.III,9 (aus [11])

Dichteamplitude φ_2' des bei thermischer Anregung erzeugten zweiten Schalls im Verhältnis zur Energiestromdichte q' am Sender.

weichen merklich von der Theorie nach Lifschitz (gestrichelte Linie der Abb.III,9) ab, jedoch können die Autoren diese Abweichung durch die Dämpfung des zweiten Schalls erklären, und sie erzielten Übereinstimmung mit der Theorie, wenn sie die Dichteschwankung ersetzen durch ihren Mittelwert über die Breite des Laserstrahls (durchgezogene Linie). Ein Manko dieser Messung aber bleibt die fehlende Absolutbestimmung der Dichteschwankung.

Während mittlerweile klar ist, daß das von Hofmann gemessene viel zu große p_2' von der Verwendung eines ungeeigneten Mikrofons herrührt (Rudnick [12], Wupperfeld [13]), liegen die Gründe für die Fehlerhaftigkeit der Messung von Fritz u. Pollack nach wie vor im dunkeln. H. Bohr [14] hat den Versuch unternommen, die Ergebnisse von Fritz u. Pollack mit einer gleich-

artigen Versuchsanordnung zu reproduzieren, und er kann im Temperaturbereich von 1.3 K bis T_λ für p_2' auch qualitative Übereinstimmung mit [9] erzielen, jedoch nur bei Verwendung der Resonanzmethode. Mit der Impulsmethode dagegen kann Bohr wenigstens für eine Temperatur zeigen, daß das Signal p_2' im Verhältnis zu p_1' die richtige, nach der Lifschitzschen Theorie zu erwartende Größenordnung hat, während p_2' bei [9] über den gesamten Temperaturbereich um mindestens einen Faktor drei zu groß ist. Die Gründe für diese Diskrepanz konnten nicht geklärt werden.

6. p_1' zwischen 0.8 K und 1.3 K und die Nullstelle $T_{\alpha_p}^0$

Ein besonders interessanter Test für die Lifschitzsche Theorie ist die Messung gekoppelter Schallamplituden im Temperaturbereich um 1.1 K, denn bei ca. 1.14 K hat der thermische Ausdehnungskoeffizient α_p eine Nullstelle $T_{\alpha_p}^0$. Bei dieser Temperatur sollten Druck- und Temperaturamplituden im He II vollkommen entkoppelt sein: Einerseits ist erster Schall eine reine Druckwelle und zweiter Schall eine reine Temperaturwelle und andererseits wird bei mechanischer bzw. thermischer Anregung nur erster Schall bzw. nur zweiter Schall abgestrahlt. Das bedeutet, daß bei $T_{\alpha_p}^0$ die Amplituden $(p_1')_{\text{therm}}$, $(p_2')_{\text{therm}}$, $(T_1')_{\text{mech}}$ und $(T_2')_{\text{mech}}$ sämtlich verschwinden. Das Auftreten einer Nullstelle im thermischen Ausdehnungskoeffizienten α_p wird erklärt durch den konkurrierenden Einfluß der beiden Elementaranregungen des He II, der Phononen und der Rotonen: Während der Anteil α_{ph} der Phononen am Ausdehnungskoeffizienten positiv ist und mit T^3 anwächst, muß dem Anteil α_r der Rotonen ein negatives Vorzeichen zugeordnet werden. Für die tiefsten Temperaturen bis herauf zu 0.6 K ist der Einfluß der Rotonen wegen ihrer geringen thermischen Besetzungsdichte vernachlässigbar, und α_p gehorcht einem T^3 -Gesetz. Oberhalb von 0.6 K aber werden die Rotonen zunehmend wichtig, und α_p durchläuft bei 0.85 K ein Maximum und hat bei 1.14 K eine Nullstelle. Oberhalb von 1.14 K schließlich überwiegt der Einfluß der Rotonen, und α_p ist negativ bei bis zum λ -Punkt hin anwachsenden Werten. (Lit.26, S.64 ff.).

Im Temperaturbereich um 1.1 K und darunter konnte mit der Versuchsanordnung der Abb.III,1 dieser Arbeit die Druckamplitude $(p_1')_{\text{therm}}$ des bei thermischer Anregung abgestrahlten ersten Schalls nachgewiesen werden, während $(p_2')_{\text{therm}}$ wegen der im Abschnitt 3 dieses Kapitels erwähnten Schwierigkeiten nicht nachweisbar war. Mit den Methoden dieser Arbeit können auch die Temperaturamplituden $(T_1')_{\text{mech}}$ und $(T_2')_{\text{mech}}$ um und unter 1.1 K nicht gemessen werden, da die Empfindlichkeit der Aluminiumschicht dort zu gering ist.

Die Experimente zur Bestimmung von $(p_1')_{\text{therm}}$ wurden nicht mehr in dem Hofmannschen [8] Kryostaten durchgeführt, sondern in dem Adsorptionskryostaten von Schmidt und Wiechert [23], mit dem Temperaturen tiefer als 0.8 K erreichbar sind, die mit einem Kohlewiderstandsthermometer gemessen werden. Außerdem wurde der thermische Sender gegenüber der Abb.II,2 etwas geändert: Zwischen den Radien 3.5 mm und 5 mm wurde die Glasscheibe auf-gebohrt (bis auf zwei Stege zur Kontaktierung der verbleibenden Senderfläche), um durch guten Wärmetausch eine Aufheizung des Heliums im Schallrohr gegenüber dem Bad, in dem die Gleichgewichtstemperatur gemessen wird, zu verhindern. Am Schallrohr selbst und am mechanischen Empfänger wurden keine Änderungen vorgenommen. Die Abb.III,10 zeigt den für $(p_1')_{\text{therm}}$ gemessenen Temperaturverlauf:

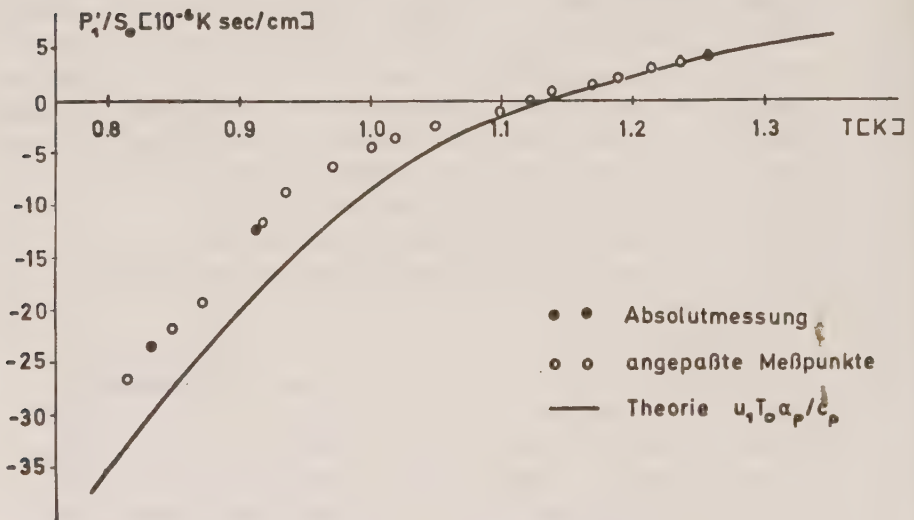


Abb.III,10

Die Druckamplitude p_1' des ersten Schalls bei thermischer Anregung im Verhältnis zur Entropiestromdichte S_0 am Sender.

Zur Absolutbestimmung von p_1'/S_0 ist einschränkend zu sagen, daß nur die Druckamplitude absolut gemessen worden ist, während die Entropiestromdichte S_0 am Sender aus der aufgenommenen elektrischen Leistung berechnet worden ist unter der Annahme, daß die Sendestärke einer Chromschicht bei 40 kHz 75% beträgt. Diese Annahme indes, die für den Temperaturbereich von 1.3 K bis zu T_λ gute Ergebnisse geliefert hat, scheint unterhalb von 1.1 K nicht mehr gerechtfertigt, wie aus der Diskrepanz der Meßpunkte der Abb.III,10 zur Theorie hervorgeht. Vermutlich ist der Grund dafür ein starkes Anwachsen des Kapitza-Widerstandes R_{SH} zu tieferen Temperaturen hin, der den Übertritt des Wärmestroms vom Sender in das Helium erschwert und die Sendestärke herabsetzt.

Besonders eingehend ist das Verhalten von $(p_1')_{\text{therm}}$ in der Nähe der Nullstelle $T_{\alpha p}^0$ untersucht worden. Um die vom Boxcar-Integrator gelieferten Oszillogramme in der Form zu erhalten wie sie in der Abb.III,11 wiedergegeben ist, mußte ein Untergrund grafisch abgezogen werden, der vom direkten Ansprechen des Empfangsmikrofons auf die am Sender anliegende elektrische Spannung herrührt (el. Übersprechen, cross-talk). Die Form dieser Störung konnte ermittelt werden, indem die Rückleitung vom thermischen Sender zum Leistungsverstärker unterbrochen wurde, so daß am Sender die volle Spannung anlag, aber keine Leistung dissipiert wurde und folglich kein akustisches Signal vorhanden war.

Die korrigierten Oszillogramme (Abb.III,11) zeigen, wie das bei 1.10 K noch deutlich erkennbare Signal kleiner wird, verschwindet und anschließend mit um 180° gedrehter Phase wieder auftaucht, ganz wie es nach der Theorie zu erwarten ist.

Man kann nun versuchen, den Wert der Nullstelle $T_{\alpha p}^0$ zu bestimmen, indem man die Signalamplitude als Funktion der Temperatur aufträgt, wobei die Phasenumkehr einem Vorzeichenwechsel entspricht. Man erhält (Abb.III,12)

$$T_{\alpha p}^0 = 1.124 \text{ K} \pm 5 \text{ mK.}$$

Die Ungenauigkeit von 5 mK berücksichtigt zwei Fehlerquellen:

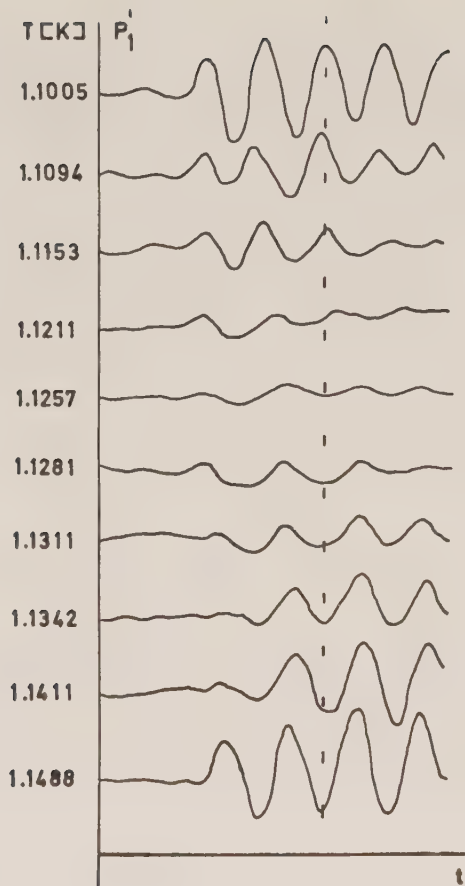


Abb. III, 11

Oszillogramme der Druckamplitude (p'_1)_{therm} in der Umgebung von $T_{\alpha p}^0$. (Die Temperaturangaben auf der linken Seite stimmen relativ zueinander, absolut ist jedoch ein Fehler von ± 2 mK möglich).

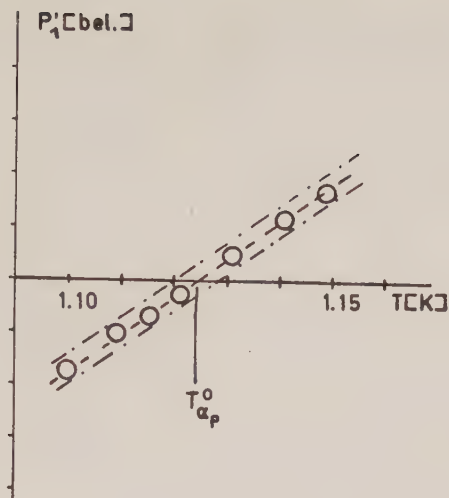


Abb.III,12

Bestimmung der Nullstelle $T_{\alpha_p}^0$ aus den Signalamplituden $(P_1)_{\text{therm}}$ der Abb.III,11.

die Unsicherheit in der Höhe der Signalamplitude und zusätzlich einen möglichen Fehler von ± 2 mK im Absolutwert der Temperatur. Die Größe der Meßkreise in der Abb.III,12 entspricht in etwa diesen Ungenauigkeiten.

Bei einer kritischen Wertung des Ergebnisses für $T_{\alpha_p}^0$ muß aber auch bedacht werden, welcher Fehler dadurch entstehen kann, daß vom thermischen Sender außer dem oszillierenden Signal auch ein konstanter Wärmestrom abgestrahlt wird (siehe Abb.II,5). Die mittlere Sendeleistung während eines Pulses betrug 13 mW/cm^2 . Dem entspricht eine mittlere Temperaturerhöhung

$$\overline{T_2'} = \overline{Z_2 \cdot q_2} \approx 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ K} ,$$

also ein Wert, der viel kleiner als die Meßgenauigkeit ist. Bedenklicher jedoch ist, daß die Temperatur am thermischen Sender gar nicht eindeutig definiert ist, da durch den Wärmestrom ein Temperatursprung ΔT_{SH} vom Sender zum Helium entsteht. Nimmt man für den Kapitza-Widerstand einen realistischen Wert von

10 K·cm²/W an, so beträgt dieser Sprung im Mittel

$$\overline{\Delta T_{SH}} = R_{SH} \cdot \overline{q_2} \approx 13 \text{ mK} .$$

Um eine Temperaturdifferenz dieser Größenordnung ist der für $T_{\alpha p}^0$ gefundene Wert möglicherweise zu klein.

Vergleich mit anderen Autoren:

$$T_{\alpha p}^0 = \begin{cases} 1.138 \text{ K} \pm 10 \text{ mK} & (\text{Harris-Lowe und Smee, Lit.33}) \\ 1.150 \text{ K} & (\text{Atkins und Edwards, Lit.34}) \\ 1.185 \text{ K} & (\text{Kerr und Taylor, Lit.35}) \\ 1.144 \text{ K} & (\text{Boghosian und Meyer, Lit.36}) . \end{cases}$$

Das Resultat dieser Arbeit stimmt am besten mit dem von Harris-Lowe und Smee überein. Bei Berücksichtigung des Temperatursprunges am thermischen Sender ist die Übereinstimmung sogar ganz ausgezeichnet.

Kap.IV. Die Signale T'_1 und T'_2 bei mechanischer Schallanregung
1. Die Meßanordnung

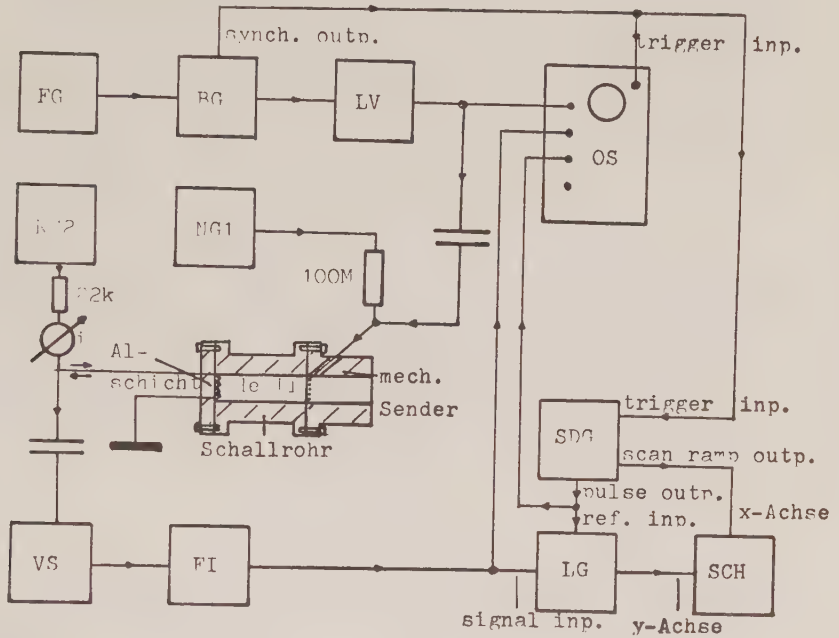


Abb.IV, 1

Blockschaltbild der Meßanordnung zum Nachweis der Temperaturamplituden T'_1 und T'_2 des von einem mechanischen Sender abgestrahlten ersten und zweiten Schalls.

Die Meßanordnung zum Nachweis von T'_1 und T'_2 bei mechanischer Schallanregung ähnelt stark der Anordnung zum Nachweis von p'_1 und p'_2 bei thermischer Anregung. Das Sendesignal wird wiederum durch das Zusammenwirken von Frequenzgenerator **FG**, Burstgenerator **BG** und Leistungsverstärker **LV** erzeugt, jetzt aber einem Kondensatormikrofon als mechanischem Sender zugeführt, demselben Mikrofon, das in der anderen Versuchsanordnung als Empfänger gedient hat. Die Sendespannung besteht aus Impulsen von jeweils vier Sinusschwingungen bei einer Frequenz

von 40 kHz. Eine Frequenzverdoppelung, wie am thermischen Sender, findet am Kondensatormikrofon nicht statt. Die Polarisationsspannung wird von NG1 geliefert und ist regelbar bis zu einem Maximalwert von 300 V.

Auf der Empfangsseite werden die Temperatursignale von einer Al-schicht registriert. Der durch die Al-schicht fließende Gleichstrom i wird durch den Vorwiderstand von 22 k Ω näherungsweise konstant gehalten und mit einem μ -Amperemeter kontrolliert. Geregelt wird der Strom durch die Spannung des Netzgerätes NG2, die von 0 bis 100 V stufenlos einstellbar ist. (Anm: NG1 und NG2 sind zwei unabhängige Ausgänge des schon erwähnten Netzgerätes Type NGU-BN 95140 der Fa. Rohde&Schwarz.) Die durch Temperaturschwankungen der Al-schicht beim Auftreffen von Schallwellen entstehende Wechselspannung wird von VS verstärkt, gefiltert und auf dem Oszillografen abgelesen oder, nach einer Mittelung durch den Boxcarintegrator (SDG + LG), vom Schreiber SCH aufgezeichnet.

2. Ergebnisse für T_1' (Relativmessung)

Zur Bestimmung der Temperaturamplitude T_1' des ersten Schalls wird der mechanische Sender mit einer Wechselspannung von 60 V, gemessen von Spitze zu Spitze, betrieben. Trotz dieser sehr hohen Sendespannung konnten keine Abweichungen vom linearen Verhalten des Empfangssignals festgestellt werden.

Im Temperaturbereich um 1.87 K, d.h. bei der maximalen Empfindlichkeit der Al-schicht, ist das Empfangssignal so groß, daß es einwandfrei auf dem Oszillografenschirm abgelesen werden kann, bei tieferen und höheren Temperaturen jedoch ist die Al-schicht wesentlich unempfindlicher, so daß die Anwendung des Boxcarintegrators erforderlich wird. Deswegen wird so verfahren, daß das Signal T_1' im ganzen Temperaturbereich von ca. 1.3 K bis zu T_λ vom Schreiber in Verbindung mit dem Boxcarintegrator aufgezeichnet wird, wobei ein Vergleich mit dem Oszillografenbild bei $T = 1.87$ K den Spannungsmaßstab liefert. Wichtig für die spätere Absolutbestimmung von T_1' ist es, daß bei ein- und derselben Badtemperatur T immer derselbe Gleichstrom

$i(T)$ durch die Al-schicht fließt, da deren Empfindlichkeit sehr stark stromabhängig ist, und darüber hinaus, daß dieser Strom immer auf demselben Wege eingestellt wird, denn die Al-schicht zeigt eine ausgeprägte Hysterese. Als praktikabel hat es sich erwiesen, wenn man zunächst den größtmöglichen Strom von etwa 2 mA einstellt und dann den Strom herunterregelt bis zu dem Wert $i_{\max}(T)$, bei dem das Empfangssignal $\tilde{T}'_1$ am größten wird. $i_{\max}(T)$ muß natürlich vorher in einem unabhängigen Experiment bestimmt werden (Abb.II,12).

Der Temperaturverlauf des auf diese Weise bestimmten Spannungssignals ist in der Abb.IV,2 wiedergegeben, wobei zu erkennen ist, daß $\tilde{T}'_1$ fast ausschließlich durch die Temperaturabhängigkeit des Empfängers geprägt wird, wodurch die Ermittlung des eigentlichen Signals T'_1 wesentlich erschwert wird.

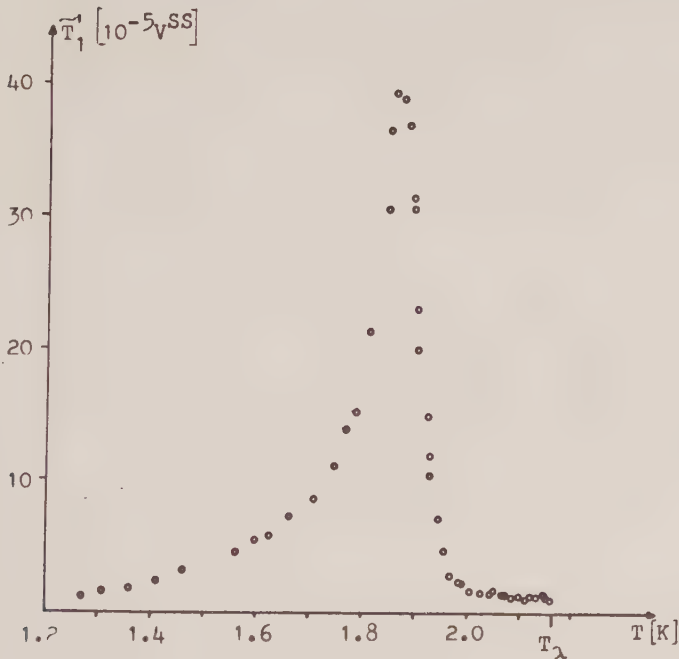


Abb.IV,2

Die von der Al-schicht beim Einfall von erstem Schall abgegebene Spannungsamplitude $\tilde{T}'_1$.

3. Nachweis des Signals T_2'

Gleichzeitig mit der Temperaturamplitude T_1' des ersten Schalls sollte auch die Temperaturamplitude T_2' des mechanisch angeregten zweiten Schalls meßbar sein, da beide Signale sehr unterschiedliche Laufzeiten haben. Nach der Theorie ist T_2' um einen Faktor u_2/u_1 kleiner als T_1' . Derselbe Faktor unterscheidet auch die Druckamplituden p_2' und p_1' bei thermischer Schallanregung, und es ist daher auch nicht verwunderlich, daß beim Nachweis von T_2' dieselben Schwierigkeiten auftreten wie vorher bei p_2' : Wieder hat man mit einem Untergrund zu kämpfen, der von den diversen Echos des ersten Schalls herrührt und in dem T_2' unterzugehen droht; jedoch schaffen auch dieselben Mittel wie vorher bei p_2' Abhilfe: T_2' läßt sich aufgrund seiner Laufzeit und der daraus berechneten Ausbreitungsgeschwindigkeit identifizieren (siehe Abb.IV,3), wenn man die Polarisationsspannung des Sendemikrofons von 300 V auf 100 V verringert und gleichzeitig die Sendefrequenz von 40 kHz auf 60 kHz erhöht.

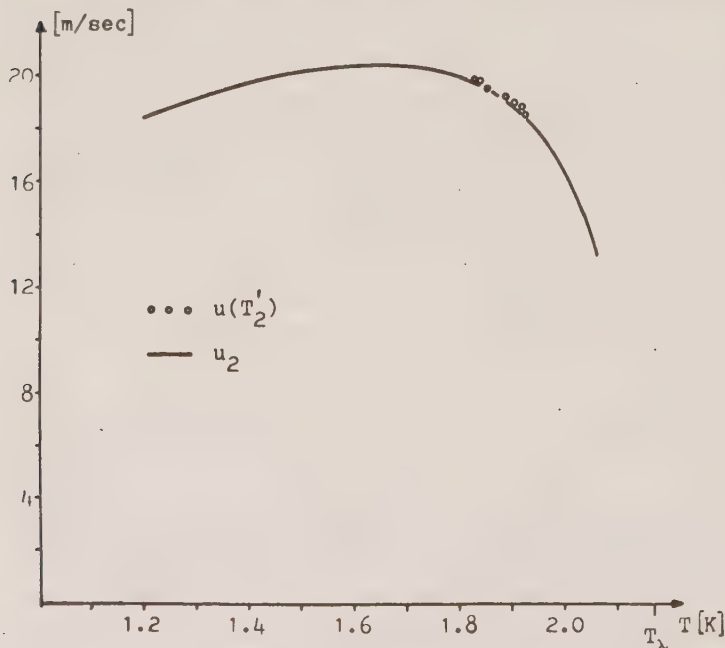


Abb.IV,3

Vergleich der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Signals T_2' mit der zweiten Schallgeschwindigkeit.

Bei der Messung von T_2' gibt es aber noch eine weitere Schwierigkeit, die bei p_2 nicht auftritt, nämlich den raschen Abfall der Empfindlichkeit des thermischen Empfängers links und rechts vom Maximum. So ist es zu erklären, daß die sehr kleine Amplitude T_2' (die Absolutmessung ergibt weniger als 10^{-6} K) nur in dem engen Temperaturintervall von 1.82 K bis 1.92 K nachgewiesen werden konnte. Dort jedoch ergab die Messung des Größenverhältnisses zu T_1' Werte zwischen 6.2% und 8.3% in recht guter Übereinstimmung mit der Theorie, nach der etwa 8% zu erwarten sind. Die Meßwerte für T_2' sind zusammen mit T_1' in der Abb.IV,5 als Absolutwerte dargestellt.

4. Absolutbestimmung von T_1'/v_0

Die Absolutbestimmung des Verhältnisses der Temperaturamplitude T_1' zur Schallschnelle v_0 der Sendermembran bei mechanischer Anregung, das der Theorie nach gleich dem Verhältnis p_1'/S_0 bei thermischer Anregung ist, erfordert die Kenntnis der Sendestärke des Kondensatormikrofons, die definiert ist als das Verhältnis Schallschnelle zu Speisestrom, und die Kenntnis der Empfindlichkeit E_{Al} des Empfängers.

Zum Zeitpunkt der Messung von T_1' war die als thermischer Empfänger verwendete Al-schicht bereits über zwei Jahre alt, und weil selbst über Monate hin keine merkliche Änderung der Empfindlichkeit mehr auftrat, war eine erneute Eichung nicht erforderlich, und es konnten die früheren Ergebnisse, die in der Abb.II,12 wiedergegeben sind, verwendet werden.

Die Bestimmung der Sendestärke S des Mikrofons aber, die nach der Selbstreziprozitätsmethode durch gleichzeitige Messung des Speisestroms beim Betrieb als Sender und der abgegebenen Spannung beim Betrieb als Empfänger erfolgt (Kap.II.2.1), muß während jeder Meßreihe für T_1' gesondert durchgeführt werden, da die Erfahrung zeigt, daß die Eigenschaften des Kondensatormikrofones sich von Meßzyklus zu Meßzyklus ändern können. Innerhalb einer Meßreihe jedoch bleibt die Sendestärke konstant über den ganzen Temperaturbereich bei einer Toleranz von

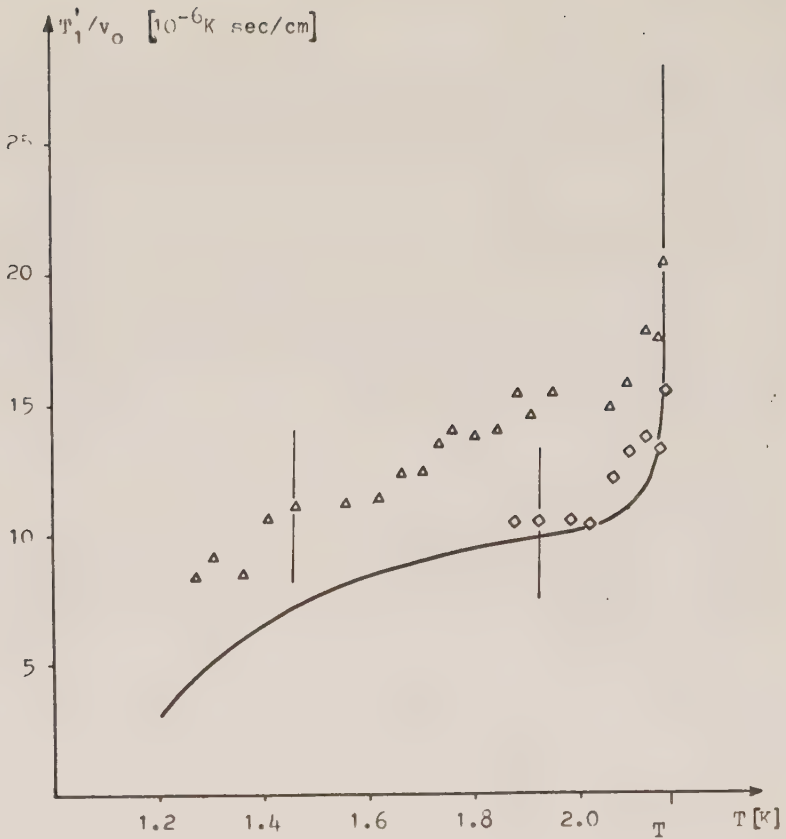


Abb. IV, 4

Absolutbestimmung von T'_1/v_0 .

- Δ obere Grenze für den Absolutwert ($E_{Al} = E_{Al,dyn}$)
- $\diamond$ untere Grenze für den Absolutwert ($E_{Al} = E_{Al,stat}$)
- Theorie nach Lifschitz

5%, genau wie die Empfindlichkeit (siehe Kap.III.4). Als Ergebnis für die Schallschnelle v_0 der Sendermembran lieferte die Selbstreziprozitätsmethode jeweils einen Wert von ca. 1 cm/sec bei einer anliegenden Spannung von 60 V_{SS} .

Das Problem bei der Absolutbestimmung von T_1'/v_0 ist, daß für die Al-schicht lediglich eine obere Grenze $E_{Al,stat}$ und eine untere Grenze $E_{Al,dyn}$, nicht aber die genaue Empfindlichkeit E_{Al} bekannt ist. Dementsprechend können für T_1'/v_0 auch nur untere und obere Grenzen für den Absolutwert angegeben werden, indem man einmal annimmt, daß die tatsächliche Empfindlichkeit an der oberen Grenze liegt, also gleich $E_{Al,stat}$ ist, und das andere Mal, daß die dynamische Messung das richtige Ergebnis liefert.

Diese Auswertung ist in der Abb.IV,4 dargestellt, wobei deutlich wird, daß die unteren Meßpunkte den theoretischen Erwartungen wesentlich besser entsprechen.

Stellt man sich wieder wie im Kap.III.4.1 auf den Standpunkt, daß die Kopplung durch die theoretischen Ansätze von Lifschitz richtig beschrieben wird, so können die Meßpunkte der Abb.IV,4 zur Empfindlichkeitsbestimmung der Al-schicht herangezogen werden, mit dem Ergebnis, daß die tatsächliche Empfindlichkeit der Al-schicht allem Anschein nach mit $E_{Al,stat}$ zusammenfällt und gut 30% größer ist als $E_{Al,dyn}$. Hieraus würde genau wie im Kap. III.4.1 folgen, daß die Al-schicht als thermischer Empfänger bei 40 kHz praktisch noch trägheitslos arbeitet, während die Chromschicht als thermischer Sender eine Sendestärke von nur etwa 75% hat. Da die Ergebnisse dieses Abschnittes vollkommen unabhängig von denen aus Kap.III.4.1 sind, erhärten sie die dort vertretene Meinung, daß für die Sendestärke einer dünnen Metallschicht die Abstrahlung von höheren Zylinderwellen eine größere Rolle spielt als Verluste aufgrund des Wärmestroms in die Unterlage.

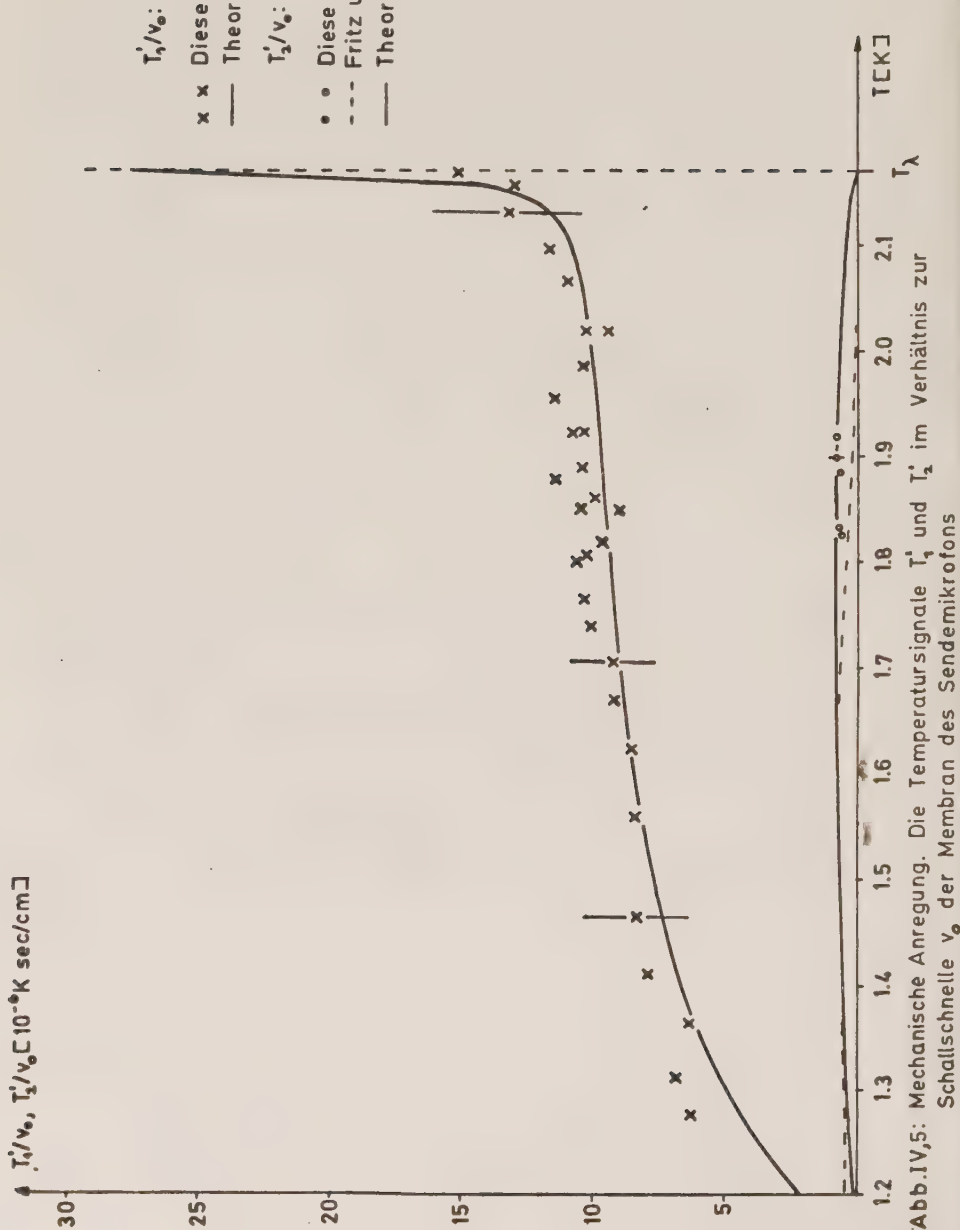


Abb.IV,5: Mechanische Anregung. Die Temperatursignale T'_1 und T'_2 im Verhältnis zur Schallschnelle v_0 der Membran des Sendemikrofons

5. Vergleich mit der Theorie und den Ergebnissen anderer Autoren

Die Abb. IV,5 zeigt die Meßwerte für T_1'/v_0 und T_2'/v_0 im Vergleich zu den Erwartungen der Lifschitzschen Theorie und den Ergebnissen für T_2'/v_0 von Fritz u. Pollack.

Für die Darstellung der Meßwerte ist dabei angenommen worden, daß die tatsächliche Empfindlichkeit E_{Al} der Aluminiumschicht gleich der oberen Grenze $E_{Al,stat}$ ist, bzw. für Temperaturen unter 1.37 K, wo diese Größe nicht bestimmbar ist, um 25% über dem dynamisch bestimmten Wert $E_{Al,dyn}$ liegt. Diese Annahme entspricht der Vermutung, daß die Al-schicht bei 40 kHz noch träge arbeitet, und ist konsistent mit dem Wert von 75% für die Sendestärke der Chromschicht, die bei der dynamischen Empfindlichkeitsbestimmung der Al-schicht und bei den Kopplungsmessungen als thermischer Sender gedient hat.

Die Meßpunkte für T_2'/v_0 sind so in die Abb. IV,5 eingezeichnet worden, daß das gemessene Größenverhältnis zu T_1'/v_0 richtig wiedergegeben wird.

Der Vergleich mit der Theorie ergibt für T_1'/v_0 gute Übereinstimmung, sowohl was die absolute Größe anbelangt als auch im Temperaturverlauf, denn der Abfall in Richtung auf 1.1 K und der Anstieg am λ -Punkt werden richtig wiedergegeben. Für die verhältnismäßig großen Fehlerbalken gibt es zwei Gründe: Zum einen ist T_1' nur 10^{-5} K groß und zum andern führt die extrem starke Temperatur- und Stromabhängigkeit zu Fehlern bei der Empfindlichkeitsbestimmung der Al-schicht.

Auch die Meßwerte für T_2'/v_0 stimmen gut mit der Theorie überein. Es kann nur keine Aussage über den Temperaturverlauf gemacht werden, weil der Meßbereich von 1.82 K bis 1.92 K zu klein ist.

Die Messungen von Fritz u. Pollack für T_2'/v_0 überstreichen einen größeren Temperaturbereich, zeigen jedoch keine gute Übereinstimmung mit der Theorie. Das wird noch deutlicher aus der Abb. IV,6, die der Originalarbeit entnommen ist:

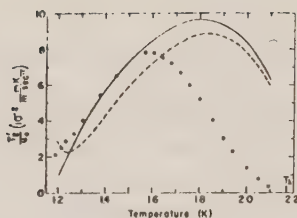


Abb. IV, 6 (aus [9])

Die Temperaturamplitude T'_2 bei mechanischer Schallanregung relativ zur Schallschnelle u_0 am Sender.

... Meßwerte

— Theorie nach Lifschitz

--- Theorie bei Berücksichtigung viskoser Wandkräfte.

Die Meßwerte sind bei 1.4 K an die theoretische Kurve angepaßt worden.

Der Grund für die schlechte Übereinstimmung der Meßwerte von Fritz u. Pollack für T'_2 mit der Theorie liegt möglicherweise in der Verwendung eines Mikrofons mit poröser Membran als Temperaturempfänger. In [22] heißt es, daß die Diskrepanzen möglicherweise von inkorrekt gewählten Randbedingungen herrühren. Dieser Meinung kann man sich nur anschließen, denn an einer porösen Membran wird auftreffender erster Schall wahrscheinlich in viel stärkerem Maße in zweiten Schall umgewandelt als beim Auftreffen auf eine undurchlässige Wand. Diese Vermutung ist schon 1948 von Pellam [29] geäußert worden. Es könnte also sein, daß Fritz u. Pollack nicht den nach der Lifschitzschen Theorie am mechanischen Sender erzeugten zweiten Schall sondern den bei der Reflexion von erstem Schall am Empfänger entstehenden zweiten Schall nachweisen.

In diesem Zusammenhang sei daran erinnert, daß die Messungen von Hofmann [8] für p_2 bei thermischer Schallanregung fehlerhafte Ergebnisse geliefert haben, weil an der Netzelektrode seines Kondensatormikrofons Schallumwandlungsprozesse stattgefunden haben, wie sie für eine poröse Membran in noch stärkerem Maße zu erwarten sind.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit die Theorie der Kopplung auch für den Fall der mechanischen Schallanregung in vielen Aspekten bestätigen und daß auf der anderen Seite die Diskrepanzen in [9] nicht allzu ernst genommen werden sollten.

V. Zusammenfassung

In dieser Arbeit sind mit zwei Versuchsanordnungen vier verschiedene Aspekte der Kopplung von Druck- und Temperaturwellen im He II untersucht worden:

- 1.) die Anregung von erstem Schall durch periodisches Aufheizen einer Widerstandsschicht (thermische Anregung),
- 2.) die Druckamplitude des zweiten Schalls,
- 3.) die Temperaturamplitude des ersten Schalls und
- 4.) die Anregung von zweitem Schall durch eine schwingende Membran.

Die wichtigsten Aspekte der Messungen und ihrer Ergebnisse sollen im folgenden kurz skizziert werden:

Zunächst ist zu sagen, daß sämtliche Messungen in einem Schallrohr und wie bei Hofmann [8] mit Hilfe der akustischen Impulsmethode durchgeführt wurden, wobei Sinusbursts aus jeweils 4 Perioden bei einer Frequenz von 40-60 kHz gesendet wurden.

Bei der thermischen Anregung von erstem Schall und beim Nachweis der Druckamplitude des zweiten Schalls wurde eine auf Glas gedampfte Chromschicht als Sender und ein Kondensatormikrofon besonderer Bauart als Empfänger verwendet.

Die Ergebnisse für $(p_1')_{\text{therm}}$ bestätigen den von Hofmann [8] und von Fritz u. Pollack [9] gefundenen Temperaturverlauf und sind in guter Übereinstimmung mit der Theorie nach Lifschitz [2]. Eine noch bestehende Unsicherheit über das Verhalten am λ -Punkt konnte dahingehend geklärt werden, daß das Verhältnis der Druckamplitude p_1' zur Heizleistung q_0 bei Annäherung an T_λ ansteigt aber anscheinend endlich bleibt. Ein solches Verhalten war auch in den Lichtstreuexperimenten von Petrac u. Woelf [11] beobachtet worden. Die Erweiterung des Meßbereiches für $(p_1')_{\text{therm}}$ gegenüber [8] und [9] auf Temperaturen unter 1.0 K ergab die Möglichkeit, die Nullstelle $T_{\alpha p}^0$ des thermischen Ausdehnungskoeffizienten, bei der auch die Kopplung verschwindet, zu bestimmen. Bei Abwägung aller Fehlerquellen stimmt der gefundene Wert gut mit dem von Harris-Lowe u. Smee [33] angegebenen überein.

Problematischer als die Messung von $(p_1')_{\text{therm}}$ war die Bestimmung der Druckamplitude $(p_2')_{\text{therm}}$ des zweiten Schalls, da es bei der verwendeten Impulsmethode schwierig ist, den zweiten

Schall aus einem Untergrund herauszufinden, der von diversen Echos des ersten Schalls herrührt. Trotzdem konnte gezeigt werden, daß $(p_2')_{\text{therm}}$ zwischen 1.25 K und 2.0 K die richtige, nach der Lifschitzschen Theorie zu erwartende Größenordnung hat. Die Diskrepanz zwischen diesem Ergebnis und dem von Hofmann erklärt sich durch die Verwendung eines ungeeigneten Mikrofons durch letzteren, während die mangelnde Übereinstimmung mit [9] nach wie vor ungeklärt ist. Nicht möglich war es, mit der Versuchsanordnung dieser Arbeit $(p_2')_{\text{therm}}$ in der Nähe von T_λ und unterhalb von 1.25 K nachzuweisen, da dort das Signal im Verhältnis zum Untergrund zu klein wird.

Die Messung der Temperaturamplitude des ersten Schalls und der Nachweis des mechanisch angeregten zweiten Schalls war möglich durch die Verwendung einer auf Glas gedampften Al-schicht als Temperaturempfänger, die im Übergangsbereich zur Supraleitung ein hochempfindlicher Detektor ist. Ein Vergleich der Ergebnisse für $(T_1')_{\text{mech}}$ und $(T_2')_{\text{mech}}$ mit den Erwartungen der Theorie nach Lifschitz zeigt, daß auch hier gute Übereinstimmung besteht. Ein kleines Manko der Messungen ist, daß die Amplitude $(T_2')_{\text{mech}}$ des zweiten Schalls nur im Temperaturintervall von 1.82 K bis 1.92 K nachgewiesen werden konnte, weil die Empfindlichkeit der Al-schicht außerhalb dieses Bereichs zu gering ist. Die Messung von $(T_2')_{\text{mech}}$ bei tieferen Temperaturen bis etwa 1.3 K hätte die Anwendung eines Magnetfeldes zur Sprungpunktsverschiebung der Al-schicht erfordert. Darauf wurde verzichtet, weil keine überraschenden Ergebnisse zu erwarten waren.

Schließlich konnte außer dem Temperaturverlauf der Amplituden $(p_1')_{\text{therm}}$, $(p_2')_{\text{therm}}$, $(T_1')_{\text{mech}}$ und $(T_2')_{\text{mech}}$ für $1.37 \text{ K} < T < T_\lambda$ auch ihr Verhältnis zur Entropiestromdichte S_0 am thermischen bzw. zur Geschwindigkeitsamplitude v_0 am mechanischen Sender bestimmt werden, was eine Eichung des jeweiligen Senders und Empfängers erfordert. Innerhalb der Toleranz von 25% stimmen auch diese Ergebnisse mit der Lifschitzschen Theorie überein.

Anhang A

1.) Herleitung der Form (I,4) der Lifschitzkoeffizienten

Ausgangspunkt für die Berechnung der Lifschitzkoeffizienten soll das linearisierte Gleichungssystem (I,1) mit den unabhängigen Variablen ρ' , ϵ' , $\vec{v}_n$ und $\vec{v}_s$ sein:

$$\rho_0 \operatorname{div} \vec{v}_s + \rho_{n0} \operatorname{div} \vec{v}_n + \frac{\partial \rho'}{\partial t} = 0$$

$$\rho_0 \epsilon_0 \operatorname{div} \vec{v}_n + \epsilon_0 \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial \epsilon'}{\partial t} = 0$$

(A1,1)

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} + \rho_{n0} \frac{\partial \vec{v}_n}{\partial t} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial \rho} \right)_\epsilon \operatorname{grad} \rho' + \left(\frac{\partial \rho}{\partial \epsilon} \right)_\rho \operatorname{grad} \epsilon' = 0$$

$$\frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} + \left[\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \rho} \right)_\epsilon - \epsilon_0 \left(\frac{\partial T}{\partial \rho} \right)_\epsilon \right] \operatorname{grad} \rho' + \left[\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \epsilon} \right)_\rho - \epsilon_0 \left(\frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right)_\rho \right] \operatorname{grad} \epsilon' = 0.$$

Bei der Aufstellung dieser Gleichungen wurde die Identität

$$d\mu = -\epsilon_0 dT + \frac{1}{\rho_0} d\rho$$

benutzt.

Ein Ansatz in Form ebener Wellen

$$\begin{pmatrix} v_{sx} \\ v_{nx} \\ \rho' \\ \epsilon' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{v}_n \\ \tilde{\rho} \\ \tilde{\epsilon} \end{pmatrix} e^{i(kx - \omega t)}; \quad v_{ny} = v_{nz} = 0; \quad v_{sy} = v_{sz} = 0$$

führt auf ein homogenes lineares Gleichungssystem für die Amplituden, das sich mit $u := \omega/k$ schreiben läßt als

$$(A1,2) \quad \begin{pmatrix} \rho_0 & \rho_{n0} & -u & 0 \\ 0 & \rho_0 \epsilon_0 & -u \epsilon_0 & -u \rho_0 \\ u \rho_0 & -u \rho_{n0} & \left(\frac{\partial \rho}{\partial \rho} \right)_\epsilon & \left(\frac{\partial \rho}{\partial \epsilon} \right)_\rho \\ -u & 0 & \left[\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \rho} \right)_\epsilon - \epsilon_0 \left(\frac{\partial T}{\partial \rho} \right)_\epsilon \right] & \left[\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \epsilon} \right)_\rho - \epsilon_0 \left(\frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right)_\rho \right] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{v}_n \\ \tilde{\rho} \\ \tilde{\epsilon} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die Lösbarkeitsbedingung für dieses System (Verschwinden der Koeffizientendeterminante) liefert die beiden bereits angegebenen Schallgeschwindigkeiten

$$(I,2) \quad \mu_{1,2}^2 = \frac{\mu_{10}^2 + \mu_{20}^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\mu_{10}^2 - \mu_{20}^2}{2}\right)^2 + \mu_{20}^2(\mu_{10}^2 - \mu_{20}^2)}$$

Setzt man diese Schallgeschwindigkeiten in (A1,2) ein und schreibt die Amplituden in der Form

$$\begin{pmatrix} \tilde{\gamma}_{s,i} \\ \tilde{\gamma}_{u,i} \\ \tilde{\rho}_i \\ \tilde{\sigma}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a_i \\ d_i \\ e_i \end{pmatrix} \tilde{\gamma}_{s,i}$$

mit den neuen Lifschitzkoeffizienten

$$\rho_i' =: d_i \gamma_{s,i} ; \quad \sigma_i' =: e_i \gamma_{s,i} ,$$

so resultiert ein inhomogenes Gleichungssystem für die Koeffizienten a_i, d_i, e_i . Die ersten drei Gleichungen dieses Systems (die vierte ist linear abhängig) lauten :

$$1) \quad \rho_{n0} a_i - \mu_i d_i = -\rho_{s0}$$

$$(A1,3-2) \quad \rho_{s0} a_i - \mu_i \sigma_{s0} d_i - \mu_i \rho_{s0} e_i = 0$$

$$3) \quad -\mu_i \rho_{n0} a_i + \mu_{10}^2 d_i + \left(\frac{\partial \rho}{\partial \sigma}\right)_p e_i = \mu_i \rho_{s0}$$

mit der bereits mehrfach benutzten Abkürzung

$$\mu_{10}^2 := \left(\frac{\partial \rho}{\partial \sigma}\right)_\sigma .$$

Gleichung (1) mit μ_1 multipliziert und zu (3) addiert, ergibt

$$(\mu_{10}^2 - \mu_i^2) d_i + \left(\frac{\partial \rho}{\partial \sigma}\right)_p e_i = 0$$

$$(3') \quad e_i = -\frac{\mu_i^2 - \mu_{10}^2}{\left(\frac{\partial \rho}{\partial \sigma}\right)_p} d_i$$

An dieser Stelle erweist es sich als zweckmäßig durch die Definition

$$(I, 5a) \quad \Delta_i := \frac{p_{n0}}{\beta_0} \cdot \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} \cdot \frac{\mu_i^2 - \mu_{15}^2}{\left(\frac{\partial p}{\partial \epsilon}\right)_p}$$

einen dimensionslosen Parameter einzuführen. $\left(\frac{\partial p}{\partial \epsilon}\right)_p$ wird nach den Regeln über den Umgang mit Funktionaldeterminanten umgeformt:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \epsilon}\right)_p = \frac{\partial(p, p)}{\partial(\epsilon, p)} = \frac{\partial(p, \epsilon)}{\partial(\epsilon, p)} \cdot \frac{\partial(p, p)}{\partial(p, \epsilon)} = -\mu_{15}^2 \frac{\partial(p, p)}{\partial(p, \epsilon)}$$

$$\frac{\partial(p, p)}{\partial(p, \epsilon)} = \frac{\partial(p, p)}{\partial(p, T)} \cdot \frac{\partial(p, T)}{\partial(p, \epsilon)} = -\beta_0 \alpha_p \frac{T_0}{c_p}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial p}{\partial \epsilon}\right)_p = \mu_{15}^2 \beta_0 T_0 \frac{\alpha_p}{c_p}$$

Sodann nimmt Δ_i die im Kap. I angegebene Form an:

$$(I, 5) \quad \Delta_i = \frac{p_{n0}}{\beta_0} \cdot \frac{\mu_i^2 - \mu_{15}^2}{\mu_{15}^2} \cdot \frac{c_p}{\epsilon_0 T_0 \alpha_p} \equiv \frac{\mu_i^2 - \mu_{15}^2}{\mu_{15}^2} \cdot \frac{\epsilon_0}{\mu_{20}^2 \alpha_p}$$

Δ_i eingesetzt in (3'):

$$(3'') \quad \frac{e_i}{\epsilon_0} = \frac{p_{s0}}{p_{n0}} \cdot \frac{\Delta_i d_i}{\beta_0} \quad \text{bzw.} \quad \frac{d_i}{\beta_0} = \frac{p_{n0}}{p_{s0}} \cdot \frac{e_i}{\Delta_i \epsilon_0}$$

a_1 mit Hilfe von (1) aus (2) eliminiert, ergibt

$$(\mu_i \epsilon_0 - \mu_i \frac{\epsilon_0 p_0}{p_{n0}}) d_i + \mu_i \beta_0 e_i = - \frac{p_{s0}}{p_{n0}}$$

$$(2') \quad - \frac{p_{s0}}{p_{n0}} \cdot \frac{\mu_i d_i}{\beta_0} + \frac{\mu_i e_i}{\epsilon_0} = - \frac{p_{s0}}{p_{n0}}$$

(2') und (3'') lassen sich nach d_i und e_i auflösen:

$$2) \quad d_i = - \frac{p_{s0}}{\mu_i (1 - \Delta_i)}$$

(A1, 4-

$$3) \quad e_i = \frac{p_{s0} \epsilon_0 \Delta_i}{1 - \Delta_i}$$

und den Koeffizienten a_i erhält man jetzt aus (A1,3-1):

$$a_i = -\frac{\rho_{so}}{\rho_{no}} + \frac{\mu_i}{\rho_{no}} d_i$$

$$(A1,4-1) \quad a_i = -\frac{\rho_{so}}{\rho_{no}} + \frac{\rho_o}{\rho_{no}} \frac{1}{1-\Delta_i} \equiv 1 + \frac{\rho_o}{\rho_{no}} \frac{\Delta_i}{1-\Delta_i}$$

Bleibt noch die Bestimmung der Koeffizienten b_i und c_i .¹⁾
Schreibt man die Impulsgleichung

$$(I,1-3) \quad \vec{f} + \text{grad } p = 0$$

und die Bewegungsgleichung für die Supraflüssigkeit

$$(I,1-4) \quad \vec{\nabla}_s + \text{grad } \mu = 0$$

für ebene Wellen mit Hilfe der Lifschitzkoeffizienten, so lauten diese

$$-\mu_i(\rho_{so} + \rho_{no} a_i) + b_i = 0$$

und

$$-\mu_i + \frac{b_i}{\rho_o} - \zeta_o c_i = 0$$

Da a_i bereits bekannt ist, macht die Bestimmung von b_i und c_i aus diesen beiden Gleichungen keine Schwierigkeiten. Das Ergebnis lautet

$$a_i = -\frac{\rho_{so}}{\rho_{no}} + \frac{\rho_o}{\rho_{no}} \frac{1}{1-\Delta_i} \equiv 1 + \frac{\rho_o}{\rho_{no}} \frac{\Delta_i}{1-\Delta_i}$$

$$(I,4) \quad b_i = \mu_i \rho_o \left(1 + \frac{\Delta_i}{1-\Delta_i}\right)$$

$$c_i = \frac{\mu_i}{\zeta_o} \frac{\Delta_i}{1-\Delta_i}$$

1) Hier kann man natürlich fragen, warum zunächst die eigentlich uninteressanten Koeffizienten d_i und e_i bestimmt werden, während doch die direkte Bestimmung von a_i , b_i , c_i möglich ist, wenn man in dem System (I,1) anstelle von $\vec{q}$ und $\vec{p}$ und T als unabhängige Variable wählt. Dieser Einwand ist im Prinzip berechtigt, aber es zeigt sich, daß die Einführung des Parameters Δ_i dann nicht mehr so zwanglos möglich ist.

Anhang A

2.) Beweis der Beziehung (I,6) $\frac{p_i}{p_n} \Delta_1 \Delta_2 = -1$

Nach der Definition (I,5) gilt

$$\frac{p_i}{p_n} \Delta_1 \Delta_2 = \frac{(\mu_{15}^2 - \mu_1^2) c_p}{\mu_{15}^2 T \sigma \alpha_p} \cdot \frac{p_n (\mu_{15}^2 - \mu_2^2) c_p}{p_i \mu_{15}^2 T \sigma \alpha_p}$$

$$\frac{p_i}{p_n} \Delta_1 \Delta_2 = \frac{(\mu_{15}^2 - \mu_1^2) c_p}{\mu_{15}^2 T \sigma \alpha_p} \cdot \frac{(\mu_{15}^2 - \mu_2^2) \gamma \sigma c_v}{\mu_{15}^2 T \sigma^2 \frac{p_i}{p_n} \alpha_p}$$

$$\frac{p_i}{p_n} \Delta_1 \Delta_2 = \frac{(\mu_{15}^2 - \mu_1^2)(\mu_{15}^2 - \mu_2^2) \gamma}{\mu_{15}^2 \mu_{20}^2} \cdot \frac{c_p}{\mu_{15}^2 T \alpha_p^2}$$

Anwendung der thermodynamischen Relation

$$\frac{T \mu_{15} \alpha_p}{c_p} \gamma = 1 \quad (\text{z.B. Lit.3, Formel 2.6}) \quad 1)$$

ergibt

$$\frac{p_i}{p_n} \Delta_1 \Delta_2 = \frac{(\mu_{15}^2 - \mu_1^2)(\mu_{15}^2 - \mu_2^2)}{\mu_{15}^2 \mu_{20}^2} \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

Es ist aber

$$(I,2) \quad \mu_{12}^2 = \frac{\mu_{15}^2 + \mu_{20}^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mu_{15}^2 - \mu_{20}^2}{2}\right)^2 + \mu_{20}^2 (\mu_{15}^2 - \mu_1^2)}$$

$$\Rightarrow \frac{p_i}{p_n} \Delta_1 \Delta_2 = \frac{\left(\frac{1}{2} \mu_{15}^2 - \frac{1}{2} \mu_{20}^2 - \sqrt{\left(\frac{1}{2} \mu_{15}^2 - \frac{1}{2} \mu_{20}^2\right)^2 + \mu_{20}^2 (\mu_{15}^2 - \mu_1^2)}\right)}{\mu_{15}^2 \mu_{20}^2} \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

$$\frac{p_i}{p_n} \Delta_1 \Delta_2 = \frac{\frac{1}{4} (\mu_{15}^2 - \mu_{20}^2)^2 - \mu_{20}^2 (\mu_{15}^2 - \mu_1^2)}{\mu_{15}^2 \mu_{20}^2} \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

$\sqrt{\quad}$ eingesetzt:

$$\frac{p_i}{p_n} \Delta_1 \Delta_2 = \frac{-\mu_{20}^2 (\mu_{15}^2 - \mu_1^2)}{\mu_{15}^2 \mu_{20}^2} \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1} = -\frac{(1 - \frac{1}{\gamma}) \gamma}{\gamma - 1}, \text{ da } \frac{\mu_{15}^2}{\mu_{11}^2} = \gamma$$

$$> \frac{p_i}{p_n} \Delta_1 \Delta_2 = -1. \text{ w.z.b.w.}$$

1) Beweis (mittels Funktionaldeterminanten):

$$\frac{T_0 \mu_{15}^2 \alpha_p^2}{c_p} = \underbrace{\frac{\partial(p, \sigma)}{\partial(p, \sigma)}}_{\mu_{15}^2} \cdot \underbrace{\frac{\partial(T, p)}{\partial(\sigma, p)}}_{T_0 c_p} \cdot \underbrace{\left(-\frac{1}{p_0}\right)}_{\alpha_p} \cdot \underbrace{\frac{\partial(p, p)}{\partial(T, p)}}_{\alpha_p} \cdot \left(\alpha_p = -\frac{1}{p_0} \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right) = -p_0 \left(\frac{\partial}{\partial p}\right)\right)$$

$$\frac{T_0 \mu_{15}^2 \alpha_p^2}{c_p} = \frac{\partial(p, p)}{\partial(p, \sigma)} \frac{\partial(\sigma, T)}{\partial(T, p)} = \frac{\partial(p, p)}{\partial(\sigma, T)} \frac{\partial(\sigma, T)}{\partial(\sigma, p)} \frac{\partial(\sigma, T)}{\partial(p, T)} = \left\{ \left(\frac{\partial p}{\partial \sigma}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\sigma \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma \right\} - \left\{ \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\sigma \left(\frac{\partial p}{\partial \sigma}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma \right\} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial p}\right)_T$$

$$\frac{T_0 \mu_{15}^2 \alpha_p^2}{c_p} = \left(\frac{\partial p}{\partial \sigma}\right)_T \left(\frac{\partial \sigma}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial T}\right)_\sigma \left(\frac{\partial T}{\partial \sigma}\right)_\sigma - 1 = \left(\frac{\partial p}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial p}\right)_\sigma - 1 = \frac{\mu_{15}^2}{\mu_{11}^2} - 1 = \gamma - 1.$$

w.z.b.w.

Anhang A

3.) Die Lifschitzkoeffizienten bei Berücksichtigung sämtlicher Viskositäten

Wenn man im He II dissipative Prozesse nicht vernachlässigt, so lauten die Bewegungsgleichungen nach Khalatnikov (Lit. 27, Formeln 12-1 bis 12-4)

$$1) \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{j} = 0$$

$$2) \frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \vec{v}_n = - \frac{\rho}{T} \Delta T$$

(A3,1-

$$3) \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \vec{\nabla} \rho = \eta (\Delta \vec{v}_n + \frac{1}{3} \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_n) + \zeta_1 \vec{\nabla} \cdot (\vec{j} - \rho \vec{v}_n) + \zeta_2 \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_n$$

$$4) \frac{\partial \vec{v}_n}{\partial t} + \vec{\nabla} \mu = \vec{\nabla} \{ \zeta_3 \vec{\nabla} \cdot (\vec{j} - \rho \vec{v}_n) + \zeta_4 \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_n \}$$

Wählt man in dem linearisierten System (A3,1) p' , T' , $\vec{v}_n'$ und $\vec{v}_s'$ als unabhängige Variable und macht einen Lösungsansatz in Form ebener Wellen, so erhält man für die Lifschitzkoeffizienten, die wie in (I,3) definiert sind, aber jetzt wegen des geänderten Gleichungssystems mit $\tilde{a}_1$, $\tilde{b}_1$, $\tilde{c}_1$ bezeichnet werden:

$$1) \rho_{s0} + \rho_{n0} \tilde{a}_1 - \tilde{a}_1 \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \tilde{b}_1 - \tilde{a}_1 \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \tilde{c}_1 = 0$$

$$2) 0 + \rho_{s0} \tilde{a}_1 - \tilde{a}_1 \left(\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial p} \right)_T \tilde{b}_1 - \tilde{a}_1 \left(\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial T} \right)_p \tilde{c}_1 = \frac{1}{\tilde{a}_1} \frac{\partial \rho}{\partial T} \tilde{c}_1$$

(A3,2-

$$3) -\tilde{a}_1 \rho_{s0} - \tilde{a}_1 \rho_{n0} \tilde{a}_1 + \tilde{b}_1 = \frac{1}{\tilde{a}_1} \rho_{s0} \zeta_1 + \frac{1}{\tilde{a}_1} \left(\frac{1}{3} \eta + \zeta_2 - \rho_{s0} \zeta_3 \right)$$

$$4) -\tilde{a}_1 + \frac{\tilde{b}_1}{\rho_{s0}} - \rho_{s0} \tilde{c}_1 = \frac{1}{\tilde{a}_1} \rho_{s0} \zeta_3 + \frac{1}{\tilde{a}_1} (\zeta_4 - \rho_{s0} \zeta_3)$$

$\tilde{u}_1$ ist die auf Grund der dissipativen Terme gegenüber (I,2) geänderte erste bzw. zweite Schallgeschwindigkeit.

(A3,2) soll bis zu linearen Gliedern in ω gelöst werden und deswegen werden die Koeffizienten und die Schallgeschwindigkeit als Potenzreihe in ω angesetzt:

$$\tilde{a}_i = \tilde{a}_i'(\omega=0) + i\omega a_i' + \dots = a_i + i\omega a_i' + \dots$$

$$\tilde{b}_i' = b_i + i\omega b_i' + \dots ; \quad \tilde{c}_i = \tilde{c}_i + i\omega c_i' + \dots$$

$$\tilde{u}_i = u_i + i\omega u_i' + \dots ,$$

wobei a_i , b_i , c_i und u_i durch (I,4) bzw. (I,2) definiert sind, und man erhält für die Koeffizienten a_i' , b_i' und c_i' das inhomogene Gleichungssystem

$$(A3,3) \quad \begin{aligned} & \rho_{n0} a_i' - \mu_i \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T b_i' - \mu_i \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p c_i' - \mu_i \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T b_i + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p c_i \right] = 0 \\ & \rho_{00} a_i' - \mu_i \left(\frac{\partial \rho_{00}}{\partial p} \right)_T b_i' - \mu_i \left(\frac{\partial \rho_{00}}{\partial T} \right)_p c_i' - \mu_i \left[\left(\frac{\partial \rho_{00}}{\partial p} \right)_T b_i + \left(\frac{\partial \rho_{00}}{\partial T} \right)_p c_i \right] - \frac{x_{n0}}{T_0} \tilde{c}_i = 0 \\ & \mu_i \rho_{n0} a_i' - b_i' - \mu_i' (\rho_{00} + \rho_{n0} a_i) - \rho_{00} c_i' + \mu_i' (4/3 \eta + \zeta_2 - \rho_{00} \zeta_1) a_i \\ & b_i' - \rho_{00} c_i' - \mu_i' \left[\frac{\rho_{00}}{\mu_i} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T + \frac{1}{\mu_i} (\rho_{00} - \rho_{n0} \zeta_1) \right] a_i \end{aligned}$$

Zur weiteren Vereinfachung wird in (A3,3) der thermische Ausdehnungskoeffizient vernachlässigt. Diese Näherung bedeutet, daß neben $\left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ auch $\left(\frac{\partial \rho_{00}}{\partial T} \right)_p$ Null gesetzt wird und daß zwischen den Schallgeschwindigkeiten u_{10} , u_{1T} , u_1 einerseits und u_{20} , u_2 andererseits nicht mehr unterschieden werden muß. Eine gemeinsame Behandlung der Koeffizienten für ersten und zweiten Schall ist dafür von jetzt an nicht mehr möglich, da beim ersten Schall bei Vernachlässigung von α_p der Parameter Δ_1 , beim zweiten Schall aber $1/\Delta_2$ Null gesetzt werden muß.

Erster Schall:

$$a_i \approx 1 ; \quad b_i \approx \mu_i \rho_0 ; \quad c_i \approx 0 ; \quad \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \approx \frac{1}{\mu_i}$$

$$(A3,4) \quad \begin{aligned} 1) \quad \rho_{n0} a_i' &= - \frac{b_i'}{\mu_i} + 0 \cdot c_i' - \frac{\rho_{00}}{\mu_i} \mu_i' = 0 \\ 2) \quad \rho_{00} a_i' &= \frac{\rho_{00} b_i'}{\mu_i} - \mu_i \rho_0 \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p c_i' - \frac{\rho_{00} \rho_{00}}{\mu_i} \mu_i' = 0 \\ 3) \quad -\mu_i \rho_{n0} a_i' + b_i' &+ 0 \cdot c_i' - \rho_{00} \mu_i' = \frac{1}{\mu_i} (4/3 \eta + \zeta_2) \\ 4) \quad 0 \cdot a_i' + \frac{b_i'}{\rho_0} &- \rho_{00} c_i' - \mu_i' = \frac{\rho_{00}}{\mu_i} \end{aligned}$$

Gleichung (4-1), mit u_1 multipliziert und zu (4-3) addiert, liefert die bekannte Korrektur (vgl. Formel 12-9 in [27]) der ersten Schallgeschwindigkeit

$$\mu_1' = \frac{-1}{2\rho_0\mu_1} (4/3 \eta + \zeta_2)$$

(A3,5) $\tilde{\mu}_1 = \mu_1 - \frac{i\omega}{2\rho_0\mu_1} (4/3 \eta + \zeta_2)$

Mit Hilfe von (4-1) wird b_1' aus den Gleichungen (4-2) und (4-4) eliminiert:

$$\rho_0 \sigma_0 a_1' - \mu_1 \rho_0 \left(\frac{\partial T}{\partial \sigma} \right)_p c_1' = 0$$

$$\mu_1 \frac{\rho_0}{\rho_0} a_1' - \sigma_0 c_1' - 2\mu_1' = \frac{\zeta_4}{\mu_1}$$

Auflösung dieser beiden Gleichungen nach c_1' und a_1' :

$$c_1' = - \frac{\mu_1}{\sigma_0} \left(\frac{\mu_2^2}{\mu_1^2} \cdot \frac{4/3 \eta + \zeta_2 - \rho_0 \zeta_4}{\rho_0 (\mu_1^2 - \mu_2^2)} \right)$$

$$a_1' = - \frac{\rho_0}{\rho_0} \left(\frac{4/3 \eta + \zeta_2 - \rho_0 \zeta_4}{\rho_0 (\mu_1^2 - \mu_2^2)} \right)$$

b_1' erhält man durch Einsetzen von c_1' und a_1' in (4-4)

$$b_1' = -\mu_1 \rho_0 \left(\frac{4/3 \eta + \zeta_2 - \rho_0 \zeta_4}{\rho_0 (\mu_1^2 - \mu_2^2)} - \frac{4/3 \eta + \zeta_2}{2\rho_0 \mu_1^2} \right)$$

Damit haben die Lifschitzkoeffizienten bei Berücksichtigung der Viskositäten folgende Form

$$1) \quad \tilde{a}_1 = 1 + \frac{\rho_0}{\rho_0} \left(\frac{\Delta_1}{1 - \Delta_1} - \delta \right)$$

(A3,6- 2) $\tilde{b}_1 = \rho_0 \mu_1 \left(1 + \frac{\Delta_1}{1 - \Delta_1} - \delta + i\omega \frac{4/3 \eta + \zeta_2}{2\rho_0 \mu_1^2} \right)$

$$3) \quad \tilde{c}_1 = \frac{\mu_1}{\sigma_0} \left(\frac{\Delta_1}{1 - \Delta_1} - \frac{\mu_2^2}{\mu_1^2} \delta \right)$$

mit der Abkürzung

Def. (A3,7) $\delta = i\omega \frac{4/3 \eta + \zeta_2 - \rho_0 \zeta_4}{\rho_0 (\mu_1^2 - \mu_2^2)}$

Für zweiten Schall lautet das System (A3,3) bei Vernachlässigung von α_p

$$a_2 \approx -\frac{\rho_{30}}{\rho_{n0}}; b_2 \approx 0; c_2 \approx -\frac{\mu_2}{\epsilon_0}$$

$$1) \rho_{n0} a_2' - \frac{\mu_2}{\mu_1} b_2' = 0$$

$$(A3,8-2) \quad \rho_0 \epsilon_0 a_2' - \frac{\mu_2 \epsilon_0}{\mu_1} b_2' - \mu_2 \rho_0 \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)_p c_2' + \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)_p \mu_2 u_2' = -\frac{\kappa}{\epsilon_0 T_0}$$

$$3) -\mu_2 \rho_{n0} a_2' + b_2' = -\frac{\rho_{30}}{\rho_{n0} \mu_2} \left(\frac{4}{3} \eta + \zeta_2 - \rho_0 \zeta_1 \right)$$

$$4) \frac{b_2'}{\rho_0} - \epsilon_0 c_2' - \mu_2' = -\frac{\rho_{30}}{\rho_{n0} \mu_2} (\zeta_4 - \rho_0 \zeta_3)$$

(8-1) und (8-3) lassen sich direkt nach a_2 und b_2 auflösen:

$$b_2' = -\rho_0 \mu_2 \left(\frac{\mu_1^2}{\mu_2^2} \cdot \frac{\rho_{30}}{\rho_{n0}} \cdot \frac{4}{3} \eta + \zeta_2 - \rho_0 \zeta_1 \right)$$

$$a_2' = -\frac{\rho_0}{\rho_{n0}} \left(\frac{\rho_{30}}{\rho_0} \cdot \frac{4}{3} \eta + \zeta_2 - \rho_0 \zeta_1 \right)$$

(8-1) mit ϵ_0 multipliziert und von (8-2) abgezogen:

$$\rho_{30} \epsilon_0 a_2' - \mu_2 \rho_0 \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)_p c_2' + \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)_p \mu_2 u_2' = -\frac{\kappa}{T_0 \epsilon_0} \quad \left| \cdot \frac{\epsilon_0}{\rho_0 \mu_2^2} \left(\frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right)_p \right.$$

$$\frac{\rho_{n0}}{\rho_0} a_2' - \frac{\epsilon_0 c_2'}{\mu_2} + \frac{\mu_2'}{\mu_2} = -\frac{\kappa}{\rho_0 T_0 \mu_2^2} \left(\frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right)_p$$

Elimination von u_2' durch (8-4) liefert

$$\frac{\rho_{n0}}{\rho_0} a_2' + \frac{b_2'}{\rho_0 \mu_2} - 2 \frac{\epsilon_0 c_2'}{\mu_2} = -\frac{\kappa}{\rho_0 T_0 \mu_2^2} \left(\frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right)_p - \frac{\rho_{30}}{\rho_{n0}} \cdot \frac{\rho_0 \zeta_4 - \rho_0 \zeta_3}{\rho_0 \mu_2^2}$$

$$2 \frac{\epsilon_0 c_2'}{\mu_2} = \frac{\rho_{30}}{\rho_{n0} \mu_2^2} \left\{ \frac{4}{3} \eta + \zeta_2 - \rho_0 \zeta_1 \right\} \cdot (-\mu_1^2 - \mu_2^2) - \frac{\rho_0^2 \zeta_1 - \rho_0^2 \zeta_3}{\rho_0} \cdot \frac{\rho_{n0}}{\rho_0} \cdot \frac{\kappa}{\rho_0 T_0} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right)_p \left\{ \right.$$

$$\Rightarrow \frac{\epsilon_0 c_2'}{\mu_2} = \frac{\rho_{30}}{\rho_{n0}} \left\{ \frac{4}{3} \eta + \zeta_2}{\rho_0 (\mu_1^2 - \mu_2^2)} - \frac{4}{3} \eta + \zeta_2 - \rho_0 (\zeta_1 + \zeta_3) + \rho_0^2 \zeta_2 - \frac{\rho_{n0}}{\rho_{30}} \cdot \frac{\kappa}{T_0} \left(\frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right)_p \right\}$$

Und für die Schallgeschwindigkeit ergibt sich die Korrektur

$$\frac{\mu_2'}{\mu_2} = \frac{\rho_0 \omega_2'}{\mu_2} = \frac{\rho_0 \omega_2'}{\rho_0} = \frac{\kappa \left(\frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right)_P}{\rho_0 T_0 \mu_2}$$

$$\mu_2' = \frac{\rho_0 \omega_2'}{\rho_0} = \frac{4/3 \eta + \zeta_2 - \rho_0 (\zeta_1 + \zeta_4) + \rho_0^2 \zeta_3}{2 \rho_0 \mu_2} \left\{ \frac{\rho_0 \kappa}{T_0} \left(\frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right)_P \right.$$

Für zweiten Schall erhält man also bei Berücksichtigung der Viskositäten für die Lifschitzkoeffizienten und die Ausbreitungsgeschwindigkeit die Ausdrücke

$$\tilde{a}_2 = - \frac{\rho_{20}}{\rho_{n0}} + \frac{\rho_0}{\rho_{n0}} \cdot \left(\frac{1}{1 - \Delta_2} - \frac{\rho_{20}}{\rho_{n0}} \delta \right)$$

$$\tilde{b}_2 = \mu_2 \rho_0 \left(\frac{1}{1 - \Delta_2} - \frac{\mu_2^2}{\mu_2^2} \frac{\rho_{20}}{\rho_{n0}} \delta \right)$$

$$(A3,9) \quad \tilde{c}_2 = \frac{\mu_2}{\rho_0} \cdot \left(\frac{\Delta_2}{1 - \Delta_2} - \frac{\rho_{20}}{\rho_{n0}} \delta + \frac{\mu_2'}{\mu_2} + \frac{i \omega}{\rho_0 \mu_2^2} \cdot \frac{\kappa}{T_0} \left(\frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right)_P \right)$$

$$\mu_2' = \mu_2 - \frac{i \omega}{2 \rho_0 \mu_2} \cdot \frac{\rho_{20}}{\rho_{n0}} \left(4/3 \eta + \zeta_2 - \rho_0 (\zeta_1 + \zeta_4) + \rho_0^2 \zeta_3 + \frac{\rho_{20} \kappa}{T_0} \left(\frac{\partial T}{\partial \epsilon} \right)_P \right)$$

Will man auch die viskosen Kräfte berücksichtigen, die von der Wand eines Schallausbreitungsrohres auf die Flüssigkeit ausgeübt werden, so hat man nach Dingle [3] wie folgt zu verfahren: Die Randbedingung $(\vec{v}_n)_{\text{tangential}} = 0$ bewirkt eine Störung des Schallfeldes, die mit zunehmender Entfernung von der Wand exponentiell mit der Eindringtiefe der viskosen Welle

$$\lambda_v = \sqrt{\frac{2 \eta}{\omega \rho_n}}$$

abklingt. Sind die Dimensionen des Schallrohres groß gegen diese Eindringtiefe, so kann man die Schallausbreitung im Innern des Rohres weiterhin als eben ansehen, wobei der Einfluß der Wandreibung durch die Einführung einer zusätzlichen viskosen Kraft in die Bewegungsgleichung (A3,1-3) berücksichtigt wird. Diese Kraft hat ganz allgemein die Form

$$- \frac{P}{A} \eta \left. \frac{\partial (\vec{v}_n)_{\text{tan}}}{\partial n} \right|_{\text{Wand}},$$

1) Eine neuere und bessere Arbeit zu diesem Thema ist:

J. Heisermann and I. Rudnick, J. Low Temp. Phys. 22, 481 (1976).

wobei P/A das Verhältnis Umfang zu Querschnitt des Schallrohres ist, und speziell für den Fall einer "ebenen Welle" mit der Zeitabhängigkeit $e^{-i\omega t}$

$$\frac{P \cdot \lambda v}{2A} \omega \rho_{no} (1+i) v_n.$$

(Der Unterschied im Vorzeichen des Imaginärteils gegenüber [3] rührt daher, daß dort die Zeitabhängigkeit mit $e^{+i\omega t}$ angenommen wird.)

Die Lifschitzkoeffizienten, die auch den Einfluß dieser Wandreibung berücksichtigen, brauchen nicht von Grund auf neu berechnet zu werden: man erhält sie, wenn man in den Koeffizienten (A3,6) und (A3,9)

$$i\omega \frac{4}{3}\eta$$

ersetzt durch

$$i\omega \frac{4}{3}\eta + \frac{P \cdot \lambda v}{2A} \rho_n (1+i) \mu_1^2,$$

und sie lauten

$$\begin{aligned} \hat{a}_1 &= 1 + \frac{\rho_o}{\rho_{no}} \left\{ \frac{\Delta_1}{1-\Delta_1} - \delta - \epsilon \right\} \\ \hat{b}_1 &= \rho_o \mu_1 \cdot \left\{ 1 + \frac{\Delta_1}{1-\Delta_1} - \delta + i\omega \frac{\frac{4}{3}\eta + \frac{P \cdot \lambda v}{2A}}{2\rho_o \mu_1^2} - \epsilon \frac{\mu_1^2 + \mu_2^2}{2\mu_1^2} \right\} \\ \hat{c}_1 &= \frac{\mu_1}{\epsilon_o} \left\{ \frac{\Delta_1}{1-\Delta_1} - \frac{\mu_2^2}{\mu_1^2} \delta - \frac{\mu_2^2}{\mu_1^2} \epsilon \right\} \\ (A3,10) \quad \hat{a}_2 &= -\frac{\rho_{so}}{\rho_{no}} + \frac{\rho_o}{\rho_{no}} \left\{ \frac{1}{1-\Delta_2} - \frac{\rho_{so}}{\rho_{no}} \left(\delta + \frac{\mu_2^2}{\mu_1^2} \epsilon \right) \right\} \\ \hat{b}_2 &= \mu_2 \rho_o \cdot \left\{ \frac{1}{1-\Delta_2} - \frac{\rho_{so}}{\rho_{no}} \left(\frac{\mu_1^2}{\mu_2^2} \delta + \epsilon \right) \right\} \\ \hat{c}_2 &= \frac{\mu_2}{\epsilon_o} \cdot \left\{ -1 + \frac{1}{1-\Delta_2} - \frac{\rho_{so}}{\rho_{no}} \left(\delta + \frac{\mu_1^2 + \mu_2^2}{2\mu_1^2} \epsilon \right) + \frac{i\omega}{\rho_o \mu_2^2} \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right) \cdot \frac{x}{T_o} + \frac{1}{\mu_2} \right\} \\ \delta &:= i\omega \frac{\frac{4}{3}\eta + \frac{P \cdot \lambda v}{2A} - \rho_o \frac{\mu_1^2}{\mu_2^2}}{\rho_o (\mu_1^2 - \mu_2^2)} ; \quad \epsilon := \frac{P \cdot \lambda v}{2A} \frac{\rho_{no}}{\rho_o} (1+i) \cdot \frac{\mu_1^2}{\mu_1^2 - \mu_2^2} ; \\ \Delta_1 &:= \frac{\mu_1^2 - \mu_2^2}{\mu_{1o}^2} \cdot \frac{\epsilon_o \chi}{\mu_{2o}^2 \alpha_p} . \end{aligned}$$

Die viskosen Anteile der Lifschitzkoeffizienten (A3,10) stimmen überein mit den von Wupperfeld [13] in den Formeln (7.4 und 5) angegebenen, wenn man beachtet, daß dort teilweise u_2^2 gegenüber u_1^2 vernachlässigt wird. Diese Übereinstimmung ist ein Indiz dafür, daß die Behandlung der Wandreibung nach Dingle korrekt ist, denn die Wupperfeldschen Ausdrücke sind gewonnen aus der direkten Behandlung des Systems (A3,1) in Zylinderkoordinaten unter Beachtung der Randbedingung $(\vec{v}_n)_{\text{tangential}} = 0$. Allerdings unterliegt der Gültigkeitsbereich den Einschränkungen

a) erster Schall

$$\frac{\rho_{no}}{\rho_o} \lambda_v \ll R \ll \frac{\rho_o \cdot u_1^2}{\rho_{no} \cdot \omega^2 \cdot \lambda_v} \quad (\text{Lit. 13, Formel 5.9})$$

b) zweiter Schall

$$\frac{\rho_{so}}{\rho_o} \lambda_v \ll R \ll \frac{\rho_o \cdot u_2^2}{\rho_{so} \cdot \omega^2 \cdot \lambda_v} \quad (\text{Lit. 13, Formel 5.12}),$$

der auch bei den Koeffizienten (A3,10) beachtet werden muß. An dieser Stelle sei noch gesagt, daß die von Dingle angegebenen Koeffizienten (Lit. 3, Formel 7.7) unbrauchbar sind, da sie mehrere Fehler enthalten und zudem nur den Reibungskoeffizienten η berücksichtigen.

Anhang A

4.) Der Einfluß der Viskositätskoeffizienten auf die Kopplung

Sowohl bei thermischer als auch bei mechanischer Schallanregung läßt sich der Einfluß der Viskositätskoeffizienten und der Wandreibung auf die Kopplung leicht mit Hilfe der im Anhang A3, Formel (A3,10) angegebenen Lifschitzkoeffizienten $\hat{a}_1$, $\hat{b}_1$ und $\hat{c}_1$ erfassen. Bei thermischer Anregung gilt

$$\begin{aligned} \left(\frac{p_1}{p_0} \right)_{\text{therm}} &= \frac{\hat{b}_1}{\rho_0 \epsilon_0 \cdot [\hat{a}_1 + \hat{a}_2 \left(\frac{v_{s2}}{v_{s1}} \right)_{\text{therm}}]} \cdot \frac{\hat{b}_1 (\rho_{n0} \hat{a}_2 - p_{s0})}{\rho_0 \epsilon_0 \rho_{s0} (\hat{a}_1 - \hat{a}_2)} \\ &\approx \frac{b_1 (\rho_{n0} \hat{a}_2 - p_{s0})}{\rho_0 \epsilon_0 \rho_{s0} (a_1 - a_2)} = \frac{b_1 (\rho_{n0} a_2 - p_{s0})}{\rho_0 \epsilon_0 \rho_{s0} (a_1 - a_2)} + \frac{b_1 \mu_{n0} (\hat{a}_2 - a_2)}{\rho_0 \epsilon_0 \rho_{s0} (a_1 - a_2)} \\ &\approx \frac{\mu_1 \cdot \Delta_1 \Delta_2}{\epsilon_0 \cdot (\Delta_2 - \Delta_1)} + \frac{\mu_1 \rho_0 \rho_{n0} \cdot \left(-\frac{\rho_0 \rho_{s2}}{\rho_{n0} \rho_{s0}} [\delta + \frac{\mu_2^2}{\mu_1^2} \epsilon] \right)}{\rho_0 \epsilon_0 \rho_{s0} \cdot \frac{\rho_0}{\rho_{n0}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A4,1) \quad \left(\frac{p_1}{p_0} \right)_{\text{therm}} &\approx \frac{\mu_1}{\epsilon_0} \cdot \left\{ \frac{\Delta_1 \Delta_2}{\Delta_2 - \Delta_1} - \delta - \frac{\mu_2^2}{\mu_1^2} \epsilon \right\} \\ \left(\frac{p_2}{p_0} \right)_{\text{therm}} &= \frac{\hat{b}_2}{\rho_0 \epsilon_0 \cdot [\hat{a}_1 \left(\frac{v_{s1}}{v_{s2}} \right)_{\text{therm}} + \hat{a}_2]} = \frac{\hat{b}_2 (\rho_{n0} \hat{a}_1 + p_{s0})}{\rho_0 \epsilon_0 \rho_{s0} (\hat{a}_2 - \hat{a}_1)} \\ &\approx \frac{\hat{b}_2 (\rho_{n0} a_2 + p_{s0})}{\rho_0 \epsilon_0 \rho_{s0} (a_2 - a_1)} = \frac{b_2 (\rho_{n0} a_2 + p_{s0})}{\rho_0 \epsilon_0 \rho_{s0} (a_2 - a_1)} + \frac{(\hat{b}_2 - b_2) (\rho_{n0} a_1 + p_{s0})}{\rho_0 \epsilon_0 \rho_{s0} (a_2 - a_1)} \\ &\approx \frac{-\mu_2 \Delta_1 \Delta_2}{\epsilon_0 (\Delta_2 - \Delta_1)} + \frac{-\mu_2 \rho_0 \cdot \frac{\mu_1}{\rho_{n0}} \left[\frac{\mu_1}{\mu_2} \delta + \epsilon \right]}{\rho_0 \epsilon_0 \rho_{s0} \cdot \left(-\frac{\rho_0}{\rho_{n0}} \right)} \end{aligned}$$

$$(A4,2) \quad \left(\frac{p_2}{p_0} \right)_{\text{therm}} = -\frac{\mu_2}{\epsilon_0} \cdot \left\{ \frac{\Delta_1 \Delta_2}{\Delta_2 - \Delta_1} - \frac{\mu_1}{\mu_2^2} \delta - \epsilon \right\}$$

Bei den viskosen Zusatztermen in (A4,1 und 2) ist zu beachten, daß sämtliche Produkte zwischen den für sich als klein anzusehenden Größen δ , ϵ , Δ_1 , $1/\Delta_2$ vernachlässigt worden sind. Die viskosen Korrekturen stimmen überein mit den von Wupperfeld [13] auf S. 28 - 30 angegebenen, während die Formeln (7a) und (7b) von Fritz und Pollack [9], die auch in [22] wiedergegeben sind, anscheinend Fehler enthalten.

Die entsprechenden Formeln bei mechanischer Anregung sind

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{T_1'}{v_0} \right)_{\text{mech}} \cdot \frac{\hat{c}_1}{1 + \left(\frac{v_{s1}}{v_0} \right)_{\text{mech}}} &= \frac{\hat{c}_1}{1 - \frac{\hat{a}_1 - 1}{\hat{a}_2 - 1}} \\
 &\approx \frac{\hat{c}_1(1 - a_2)}{a_1 - a_2} = \frac{c_1(1 - a_2)}{a_1 - a_2} + \frac{(\hat{c}_1 - c_1)(1 - a_2)}{a_1 - a_2} \\
 (A4,3) \quad \left(\frac{T_1'}{v_0} \right)_{\text{mech}} &\approx \frac{\mu_1}{\sigma_0} \cdot \left\{ \frac{\Delta_1 \Delta_2}{\Delta_2 - \Delta_1} - \frac{\mu_2^2}{\mu_1^2} \delta - \frac{\mu_2^2}{\mu_1^2} \varepsilon \right\} \\
 \left(\frac{T_2'}{v_0} \right)_{\text{mech}} &= \frac{\hat{c}_2}{\left(\frac{v_{s1}}{v_0} \right)_{\text{mech}} + 1} = \frac{\hat{c}_2(1 - \hat{a}_1)}{\hat{a}_2 - \hat{a}_1} \\
 &\approx \frac{c_2(1 - \hat{a}_1)}{a_2 - a_1} = \frac{c_2(1 - a_1)}{a_2 - a_1} + \frac{c_2(a_1 - \hat{a}_1)}{a_2 - a_1} \\
 &\approx - \frac{\mu_2}{\sigma_0} \frac{\Delta_1 \Delta_2}{\Delta_2 - \Delta_1} + \frac{- \frac{\mu_2}{\sigma_0} \cdot \frac{\rho_0}{\rho_0} (\delta + \varepsilon)}{- \frac{\rho_0}{\rho_0}} \\
 (A4,4) \quad \left(\frac{T_2'}{v_0} \right)_{\text{mech}} &\approx - \frac{\mu_2}{\sigma_0} \cdot \left\{ \frac{\Delta_1 \Delta_2}{\Delta_2 - \Delta_1} - \delta - \varepsilon \right\}
 \end{aligned}$$

Die vorstehenden Formeln gelten unter derselben Einschränkung wie (A4,1 und 2). (A4,4) ist im Einklang mit Formel (8) aus [9], die nur den Einfluß der Wandreibung berücksichtigt, wenn man einmal davon absieht, daß dort α anscheinend ein falsches Vorzeichen hat. Auch der Bemerkung in [9], daß der direkte Einfluß der Viskositätskoeffizienten η und ζ_2 auf die Kopplung bei mechanischer Anregung vernachlässigbar ist, kann zugestimmt werden. Überschlagsrechnungen zeigen, daß der Parameter δ sowohl bei thermischer als auch bei mechanischer Schallanregung fast keinen Einfluß auf die Kopplung hat, daß aber die Größe ε , hinter der sich die Wandreibung verbirgt, in beiden Fällen wichtig sein kann. Dies gilt insbesondere für $(p_2')_{\text{therm}}$ und $(T_2')_{\text{mech}}$ bei tiefen Frequenzen, wie sie für die Resonanzmethode typisch sind.

Anhang A

5.) Die Empfindlichkeit eines Kondensatormikrofons für zweiten Schall

Nachdem die Diskussion um die Hofmannschen Ergebnisse für die Druckamplitude p_2' gezeigt hat, daß bei Kopplungsmessungen mit einem Kondensatormikrofon, dessen feste Elektrode aus einem Netz besteht, Vorsicht am Platze ist, muß die Frage, wie ein solches Mikrofon auf zweiten Schall reagiert, grundsätzlich geklärt werden. Für die Anordnung, bei der sich das Netz auf der dem Sender zugewandten Seite des Empfangsmikrofons befindet (Hofmann), hat die Untersuchung von Wupperfeld [13] Klarheit dahingehend gebracht, daß ein solches Mikrofon zum Nachweis der Druckamplitude p_2 ungeeignet ist. Wie aber sind die Verhältnisse, wenn das Netz sich hinter der beweglichen Membran befindet? Kann man dann davon ausgehen, daß die Druckempfindlichkeit des Mikrofons unabhängig davon ist, ob die einlaufende Welle erster oder zweiter Schall ist?

Anhand einfacher Modelle soll versucht werden, eine Antwort auf diese Frage zu finden:

Das allereinfachste Modell besteht in der Vorstellung, daß die Membran des Mikrofons eine in Normalenrichtung bewegliche Ebene ist, die von Federkräften in der Ruhelage gehalten wird und homogen mit Masse belegt ist. Geschwindigkeitsproportionale Reibungskräfte sind auch zugelassen. Die netzförmige Gegenelektrode wird als ideal durchlässig für die Normal- und die Supraflüssigkeit angesehen, so daß sie bei der Rechnung nicht berücksichtigt zu werden braucht. Dieses natürlich überidealisierte Modell kann bei der Klärung der Frage helfen, ob ein Kondensatormikrofon wenigstens grundsätzlich, d.h. ohne den störenden Einfluß des Netzes, für ersten und zweiten Schall die gleiche Empfindlichkeit zeigt.

Zum besseren Verständnis wird zunächst das Verhalten dieses Modells beim Auftreffen von gewöhnlichem Schall in einer normalen Flüssigkeit untersucht:

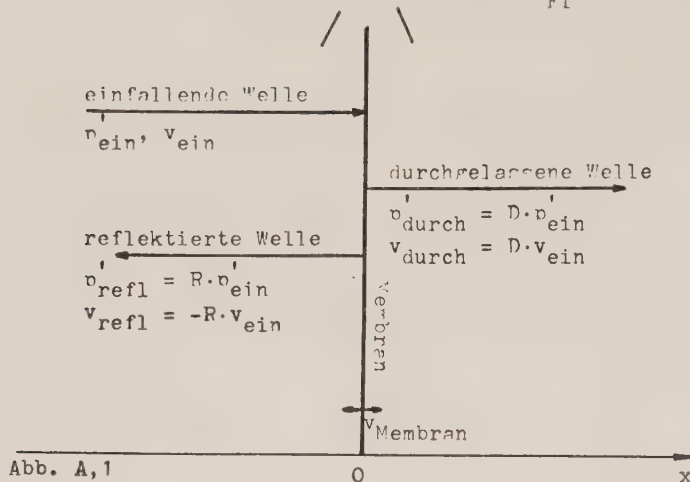


Abb. A, 1

Reflexion von gewöhnlichem Schall an einer Membran.

In Richtung der positiven x -Achse laufe eine ebene Schallwelle mit der Druckamplitude p'_{ein} und der Schallschnelle v_{ein} . Beim Auftreffen auf die Membran, deren Ruhelage sich bei $x = 0$ befindet, entsteht eine reflektierte und eine durchgelassene Welle, für die durch die Definitionen

$$R := \frac{p'_{refl}}{p'_{ein}} ; \quad D := \frac{p'_{durch}}{p'_{ein}}$$

ein Reflexionskoeffizient R und ein Durchlässigkeitskoeffizient D eingeführt werden. Diese beiden Koeffizienten lassen sich bestimmen aus den Randbedingungen, die bei $x = 0$ zu erfüllen sind:

- 1.) Stetigkeit des Massenstromes. Dies führt auf die Bedingung

$$v_{links} = v_{rechts}$$

- 2.) Masseundurchlässigkeit der Membran. Zusammen mit der ersten Bedingung kann man daraus folgern

$$v_{links} = v_{rechts} = v_{Membran}$$

- 3.) An der Membran gilt das Grundgesetz der Mechanik
Kraft = Masse · Beschleunigung

$$\rho_M \cdot \dot{v}_M = p_{links} - p_{rechts} + p_{Feder} + p_{Reibung}$$

"links" bedeutet Seite der einfallenden, "rechts" Seite der durchgelassenen Welle.

Für periodische Vorgänge läßt sich die Bedingung (3) bekanntlich in der Form

$$3a) \quad Z_M \cdot v_M = p'_{\text{links}} - p'_{\text{rechts}}$$

schreiben. Die Impedanz Z_M der Membran hängt außer von der Frequenz ω nur von Materialkonstanten des Mikrofons, nicht aber von der angrenzenden Flüssigkeit ab.

Führt man als weitere Größe die Empfindlichkeit der Membran durch die Definition

$$E := \frac{v_M}{p'_{\text{ein}}}$$

ein (die von einem Kondensatormikrofon abgegebene elektrische Spannung ist proportional zur Geschwindigkeitsamplitude v_M), so ergeben die drei Randbedingungen ein inhomogenes Gleichungssystem für die drei Unbekannten R , D und E :

$$1.) \quad 1 - R = D$$

$$2.) \quad 1 - R = D = Z_{Fl} \cdot E$$

$$3.) \quad 1 + R - D = Z_M \cdot E$$

Z_{Fl} ist die akustische Impedanz der Flüssigkeit, d.h. das Verhältnis aus Druckamplitude zu Schallschnelle in der laufenden Schallwelle. Das Gleichungssystem läßt sich eindeutig auflösen und ergibt

$$R = \frac{Z_M}{2 \cdot Z_{Fl} + Z_M}; \quad D = \frac{2 \cdot Z_{Fl}}{2 \cdot Z_{Fl} + Z_M}; \quad E = \frac{2}{2 \cdot Z_{Fl} + Z_M}.$$

Für den Fall, daß die Flüssigkeit Helium II ist, müssen die vorstehenden Überlegungen dahingehend verallgemeinert werden, daß die einlaufende Welle entweder erster oder zweiter Schall sein kann und daß beim Auftreffen von z.B. zweitem Schall auf die Membran nicht nur reflektierter und durchgelassener zweiter Schall entsteht, sondern auch reflektierter und durchgelassener erster Schall und vice versa.

Dem kann Rechnung getragen werden durch die Einführung verallgemeinerter Reflexions- und Durchlässigkeitskoeffizienten

$$R_{ik} := \frac{p_k' \text{ refl}}{p_i \text{ ein}} ; \quad D_{ik} := \frac{p_k' \text{ durch}}{p_i \text{ ein}}$$

Diese Koeffizienten sind so definiert, daß der erste Index angibt, ob die einlaufende Welle erster oder zweiter Schall ist, und der zweite Index gibt Auskunft über den Typ der reflektierten bzw. durchgelassenen Welle. Die Randbedingungen 1.) bis 3.) müssen auch im Helium erfüllt sein, wobei an die Stelle der Schallschnelle v die Schwerpunktseschwindigkeit j/v_0 tritt. Definiert man noch eine verallgemeinerte akustische Impedanz Z_i als das Verhältnis aus Druckamplitude zu Schwerpunktseschwindigkeit im i -ten Schall, so lauten die Randbedingungen

$$\begin{aligned} 1.) \quad & \frac{1}{Z_1} - \sum_{k=1}^2 \frac{R_{ik}}{Z_k} = \sum_{k=1}^2 \frac{D_{ik}}{Z_k} \\ 2.) \quad & \frac{1}{Z_1} - \sum_{k=1}^2 \frac{R_{ik}}{Z_k} = E_i \quad \left(= \sum_{k=1}^2 \frac{D_{ik}}{Z_k} \right) \\ 3.) \quad & 1 + \sum_{k=1}^2 R_{ik} - \sum_{k=1}^2 D_{ik} = Z_M \cdot E_i . \end{aligned}$$

Da es für jeden Schalltyp zwei unbekannte Koeffizienten mehr gibt, sind zwei weitere Randbedingungen zur eindeutigen Bestimmung sämtlicher Koeffizienten und der Empfindlichkeiten erforderlich. Wenn man die Wärmekapazität der Membran vernachlässigen darf, was wir annehmen wollen, so verlangt die eine der zusätzlichen Randbedingungen die Stetigkeit des Wärmestromes durch die Membran, gleichbedeutend mit der Stetigkeit der Geschwindigkeit v_n der Normalkomponente, während die andere die Größe dieses Wärmestromes mit der Temperaturdifferenz auf beiden Seiten der Membran in Beziehung setzt. Wir wollen annehmen, daß die Membran wärmeundurchlässig ist:

$$\begin{aligned} 4.) \quad & \frac{a_1}{b_1} - \sum_{k=1}^2 R_{ik} \frac{a_k}{b_k} = \sum_{k=1}^2 D_{ik} \frac{a_k}{b_k} \quad (1) \quad (\hat{=} v_{n\text{links}} = v_{n\text{rechts}}) \\ 5.) \quad & \frac{a_1}{b_1} - \sum_{k=1}^2 R_{ik} \frac{a_k}{b_k} = E_i = \sum_{k=1}^2 D_{ik} \frac{a_k}{b_k} \quad (\hat{=} v_{n\text{links}} = v_M = v_{n\text{rechts}}) \end{aligned}$$

1) a_i und b_i sind die durch (I,3) definierten Lifschitzkoeffizienten

Die Gleichungen 1.) und 4.) lassen sich auflösen nach $R_{ik} + D_{ik}$ und ergeben

$$1'.) \quad R_{ik} + D_{ik} = \delta_{ik} \cdot \quad (\delta_{ik} \text{ ist das Kronecker-Symbol.})$$

Eliminiert man aus den restlichen Gleichungen den Reflexionskoeffizienten, so verbleibt ein inhomogenes lineares Gleichungssystem für die Unbekannten D_{i1} , D_{i2} und E_i :

$$2'.) \quad \frac{D_{i1}}{Z_1} + \frac{D_{i2}}{Z_2} - E_i = 0$$

$$3'.) \quad 2 \cdot D_{i1} + 2 \cdot D_{i2} - Z_M \cdot E_i = -2$$

$$5'.) \quad D_{i1} \cdot \frac{a_1}{b_1} + D_{i2} \cdot \frac{a_2}{b_2} - E_i = 0 \quad .$$

Bemerkenswert an diesem System ist, daß weder die Koeffizientenmatrix noch die Inhomogenität vom Index i abhängen. Hieraus kann ohne explizite Rechnung bereits geschlossen werden, daß die Empfindlichkeit und die zwei Durchlässigkeiten nicht vom Typ der einfallenden Welle abhängen können. Es gelten die Beziehungen

$$E_1 = E_2$$

$$D_{11} = D_{21}$$

$$D_{12} = D_{22}$$

und wegen 1'.) auch

$$R_{11} = R_{21} + 1$$

$$R_{12} = R_{22} + 1 \quad .$$

Diese Ergebnisse hängen eng mit der Form der fünften Randbedingung zusammen. Verlangt man z.B. anstelle der Wärmeundurchlässigkeit, daß der Wärmestrom proportional zur Temperaturdifferenz auf beiden Seiten der Membran ist, dann stimmen die

Empfindlichkeiten der Membran für ersten und zweiten Schall nicht mehr überein. Wegen der im allgemeinen sehr großen Wärmeübergangswiderstände sollte für die meisten Anwendungen die Vernachlässigung des Wärmestromes durch die Membran aber eine gute Näherung sein.

Im folgenden soll gezeigt werden, daß die Empfindlichkeiten E_1 und E_2 auch noch unter wesentlich allgemeineren Voraussetzungen gleich sind, wenn der Wärmestrom durch die Membran vernachlässigt werden darf.

Weiterhin soll die Mikrofonmembran durch eine ebene mit Masse belegte Fläche dargestellt werden, die durch Federkräfte in der Ruhelage gehalten wird. Auf der Seite der einfallenden Welle habe das Helium die Eigenschaften des "bulk liquid", aber auf der anderen Seite sind Abweichungen von diesem Verhalten erlaubt. Zum Beispiel dürfen massive Hindernisse (Netzelektrode!) das Schallfeld stören. Erfüllt sein muß lediglich die Bedingung, daß der Druck p'_{rechts} , der von dieser Seite der Flüssigkeit auf die Membran ausgeübt wird, allein durch die Vorgabe der Geschwindigkeit v_M festgelegt ist.

Da aber ein Schallfeld aus zwei verschiedenen Schalltypen durch die Angabe zweier Randbedingungen vollständig festgelegt ist, und da auf dem Rand außer v_M auch das Verschwinden des Wärmestromes vorgeschrieben sein soll, dürfte diese Bedingung auch bei ansonsten komplizierten Verhältnissen erfüllt sein.

Die Randbedingungen an der Membran sind

$$1.) \text{ und } 2.) \quad v_n \text{ links} = v_s \text{ links} = v_M$$

$$3.) \quad \overline{p'_{\text{links}}} - \overline{p'_{\text{rechts}}} = Z_M \cdot v_M$$

Der Querstrich bedeutet, daß p'_{rechts} über die Fläche des Empfängers zu mitteln ist, denn unter den genannten Voraussetzungen kann nicht mehr davon ausgegangen werden, daß p'_{rechts} auf der Membran homogen ist. Der Mittelwert aber kann durch v_M ausgedrückt werden:

$$\overline{p'_{\text{rechts}}} =: Z_{\text{rechts}} \cdot v_M$$

Führt man wieder die Reflexionskoeffizienten R_{ik} und die Empfindlichkeiten E_i ein, so resultiert folgendes Gleichungssystem:

$$1a) \quad \frac{a_i}{b_i} - \sum_{k=1}^2 R_{ik} \frac{a_k}{b_k} = E_i \quad (\hat{=} v_n \text{ links} = v_M)$$

$$2a) \quad \frac{1}{b_i} - \sum_{k=1}^2 R_{ik} \frac{1}{b_k} = E_i \quad (\hat{=} v_s \text{ links} = v_M)$$

$$3a) \quad 1 + \sum_{k=1}^2 R_{ik} = (Z_M + Z_{\text{rechts}}) \cdot E_i \cdot (\hat{=} p_{\text{links}} = p_M \cdot \dot{v}_M + \overline{p}_{\text{rec}})$$

Gezeigt werden soll, daß E_1 gleich E_2 ist. Zum Beweis multiplizieren wir Gl. 2a) einmal mit a_1 und einmal mit a_2 und ziehen das Resultat jeweils von Gl. 1a) ab:

$$1a') \quad \frac{a_1 - a_1}{b_i} - R_{i2} \frac{a_2 - a_1}{b_2} = E_i \cdot (1 - a_1) \quad \left| \cdot \frac{b_2}{a_2 - a_1} \right.$$

$$2a') \quad \frac{a_1 - a_2}{b_i} - R_{i1} \frac{a_1 - a_2}{b_1} = E_i \cdot (1 - a_2) \quad \left| \cdot \frac{b_1}{a_1 - a_2} \right.$$

Die angegebene Umformung ergibt

$$1a'') \quad \delta_{i2} - R_{i2} = E_i \cdot b_2 \cdot \frac{1 - a_1}{a_2 - a_1}$$

$$2a'') \quad \delta_{i1} - R_{i1} = E_i \cdot b_1 \cdot \frac{1 - a_2}{a_1 - a_2}$$

Addition dieser beiden Gleichungen:

$$1b) \quad 1 - \sum_{k=1}^2 R_{ik} = E_i \cdot \frac{b_2 \cdot (1 - a_1) - b_1 \cdot (1 - a_2)}{a_2 - a_1}$$

Die Addition dieser Gleichung zu 3a) liefert das Endergebnis

$$E_i = \frac{2}{Z_M + Z_{\text{rechts}} + \frac{b_2 \cdot (1 - a_1) - b_1 \cdot (1 - a_2)}{a_2 - a_1}},$$

woraus in der Tat zu ersehen ist, daß die Empfindlichkeit E_i nicht vom Index i , und das heißt: nicht vom Typ der einfallenden Welle, abhängt.

Dieses Resultat zeigt, daß man bei einem Kondensatormikrofon unter folgenden Voraussetzungen davon ausgehen kann, daß erster und zweiter Schall mit gleicher Empfindlichkeit registriert werden:

- 1.) die Membran muß wärmeundurchlässig sein. Das ist aber durch den hohen Kapitza-Widerstand zwischen Membran und Helium stets recht gut erfüllt;
- 2.) die Membran muß masseundurchlässig sein. Daß diese Voraussetzung wichtig ist, konnte H. Bohr [14] zeigen, der herausgefunden hat, daß sich die Empfindlichkeit eines Mikrofons für zweiten Schall durch gezieltes Durchlöchern der Membran um ein mehrfaches steigern läßt;
- 3.) keinesfalls darf das Schallfeld auf der Seite der einfallenden Welle durch ein Netz gestört werden, (Hofmannsches Mikrophon!);
- 4.) die Membran muß eben sein und als ganzes schwingen. Diese Voraussetzung ist bei dem in dieser Arbeit verwendeten Mikrophon nicht streng erfüllt, da die Membran nur in den Bereichen schwingt, die keinen Kontakt mit dem Netz haben, jedoch wird nicht geglaubt, daß dadurch schwerwiegende Fehler entstehen;
- 5.) nicht wichtig sind die konstruktiven Einzelheiten des Mikrofons auf der der einfallenden Welle abgewandten Seite, insbesondere darf sich dort ein Netz befinden.

Anhang B

Tabelle der den praktischen Berechnungen zugrundegelegten
Meßwerte für das He II

T	RHO	RHO N D RHO	SIGMA	ALPHA P
0.80	0.145000E 00	0.966000E-03	0.475000E 05	0.410000E-03
0.90	0.145000E 00	0.295000E-02	0.885000E 05	0.460000E-03
1.00	0.145000E 00	0.752000E-02	0.168000E 06	0.340000E-03
1.10	0.145000E 00	0.156000E-01	0.304000E 06	0.120000E-03
1.20	0.145000E 00	0.292000E-01	0.523000E 06	-0.250000E-03
1.30	0.145000E 00	0.478000E-01	0.853000E 06	-0.830000E-03
1.40	0.145000E 00	0.754000E-01	0.132000E 07	-0.161000E-02
1.50	0.145100E 00	0.110000E 00	0.197000E 07	-0.239000E-02
1.60	0.145100E 00	0.170000E 00	0.284000E 07	-0.339000E-02
1.70	0.145200E 00	0.240000E 00	0.395000E 07	-0.465000E-02
1.80	0.145300E 00	0.320000E 00	0.535000E 07	-0.638000E-02
1.90	0.145400E 00	0.430000E 00	0.715000E 07	-0.877000E-02
2.00	0.145600E 00	0.560000E 00	0.940000E 07	-0.117200E-01
2.10	0.145800E 00	0.740000E 00	0.124000E 08	-0.174100E-01
2.15	0.146000E 00	0.856000E 00	0.144000E 08	-0.246200E-01

*) extrapolierter Wert

T	ETA N	U2	U1	CV
0.80	0.162000E-03	0.290000E 04	0.238470E 05	0.222000E 06
0.90	0.654000E-04	0.216000E 04	0.238430E 05	0.510000E 06
1.00	0.351000E-04	0.189000E 04	0.238300E 05	0.104200E 07
1.10	0.237000E-04	0.183000E 04	0.237680E 05	0.191000E 07
1.20	0.182000E-04	0.184000E 04	0.237380E 05	0.322000E 07
1.30	0.161000E-04	0.191000E 04	0.236730E 05	0.516000E 07
1.40	0.151000E-04	0.197000E 04	0.236350E 05	0.780000E 07
1.50	0.142000E-04	0.201000E 04	0.235660E 05	0.112700E 08
1.60	0.133000E-04	0.203000E 04	0.234610E 05	0.157200E 08
1.70	0.130000E-04	0.203000E 04	0.233280E 05	0.211000E 08
1.80	0.130000E-04	0.199000E 04	0.231700E 05	0.281000E 08
1.90	0.136000E-04	0.187000E 04	0.229470E 05	0.379000E 08
2.00	0.150000E-04	0.164000E 04	0.226680E 05	0.518000E 08
2.10	0.186000E-04	0.122000E 04	0.222720E 05	0.751000E 08
2.15	0.227000E-04	0.810000E 03	0.220200E 05	0.935000E 08

Die Werte für α_p sind aus [33], sämtliche anderen Werte entstammen der Monografie von J. Wilks [28].

Obige Tabelle wurde auf der Rechenanlage PDP 11/40 des physikalischen Instituts der Universität Mainz erstellt.

Sämtliche Werte sind in cgsK-Einheiten angegeben.

Anhang C

Literaturverzeichnis

1. L. Landau, J. Phys. USSR 5, 71 (1941). Ein Reprint dieser Arbeit findet sich in 27.
2. E. Lifshitz, J. Phys. USSR 8, 110 (1944)
3. R. B. Dingle, Proc. Phys. Soc. A 63, 638 (1950)
4. L. S. Dikina, É. Ya. Rudadavskii, and I. A. Serbin, Soviet Physics JETP 31, 452 (1970)
5. C. T. Lane, H. A. Fairbank, and W. M. Fairbank, Phys. Rev. 71, 600 (1947)
6. J. R. Pellam, Phys. Rev. 75, 1183 (1949)
7. G. v. Eynatten, W. Veith, and F. Pobell
unpublished report (1968)
8. A. Hofmann, Doktorarbeit, Mainz (1968)
und
A. Hofmann, K. Keck, and G. U. Schubert,
Z. Phys. 231, 177 (1970)
9. G. F. Fritz, and G. L. Pollack, Phys. Rev. A 2, 2560 (1970)
10. G. Jacucci and G. Signorelli, Phys. Lett. 26A, 5 (1967)
11. D. Petrac and M. A. Woolf, Phys. Rev. Lett. 28, 283 (1972)
12. I. Rudnick, Z. Phys. 247, 380 (1971)
13. G. Wupperfeld, Diplomarbeit, Mainz (1972)
14. H. Bohr, Staatsexamensarbeit, Mainz (1974)
15. H. G. Matschke, Diplomarbeit, Mainz (1970)
16. L. D. Landau, E. M. Lifschitz, Lehrbuch der
Theoretischen Physik Band VI (Akademie, Berlin, 1966)
17. D. V. Osborne, Proc. Phys. Soc. (London) A64, 114 (1951)
18. H. N. V. Temperley, Proc. Phys. Soc. (London) A64, 105 (1951)
19. I. M. Chalatnikov, Fortschritte der Physik Bd. 5, 287 (1957)

20. A. J. Desler and W. M. Fairbank, Phys. Rev. 104, 6 (1956)
21. J. Buck, K. Lassmann and W. Eisenmenger,
Phys. Lett. 50A, 279 (1974)
22. B. N. Esel'son, M. I. Kaganov, E. Ya. Rudavskii and I. A. Serbin,
Sov. Phys.-Usp. 17, 215 (1974)
23. R. Schmidt, Doktorarbeit, Mainz (1974)
und
H. Wiechert and R. Schmidt, Phys. Lett. 40A, 421
24. M. J. Buckingham and W. M. Fairbank,
Progress in Low Temperature Physics, Vol. III, p.80,
(North-Holland, Amsterdam 1961)
25. G. Ahlers in "The Physics of Liquid and Solid Helium"
edited by K. H. Bennemann and J. B. Ketterson (Wiley,
New York, 1976), Ch. 2, to be published
26. K. R. Atkins, Liquid Helium (University Press, Cambridge, 1959)
27. I. M. Khalainikov, An Introduction to the Theorie of
Superfluidity (W. A. Benjamin inc., New York - Amsterdam, 1965)
28. J. Wilks, The Properties of Liquid and Solid Helium,
(Clarendon Press, Oxford, 1967)
29. J. Pellam, Phys. Rev. 73, 608 (1948)
30. J. Heisermann and I. Rudnick, J. Low Temp. Phys. 22, 481 (1976)
31. F. I. Buchholz, Diplomarbeit, Mainz (1971) und
F.I. Buchholz, D. Brandt, H. Wiechert, Phys.Lett.35A, 471 (1971)
32. E. Skudrzyk, Die Grundlagen der Akustik (Springer, Wien, 1954)
33. R. F. Harris-Lowe and K. A. Smee, Phys. Rev. A2, 158 (1970)
34. K. P. Atkins and M. H. Edwards, Phys. Rev. 97, 1429 (1955)
35. E. C. Kerr and R. D. Taylor, Ann. Phys. (N. Y.) 26, 292 (1964)
36. C. Boghosian and H. Meyer, Phys. Rev. 182, 200 (1966)
37. R. P. Huebener and D. E. Gallus, Phys. Rev. B7, 4089 (1973)

Lebenslauf

Geboren wurde ich, Uwe Jürgen Sievers, am 27. 7. 1943 in der polnischen Industriestadt Lodz, dem damaligen Litzmannstadt, als zweites von drei Kindern des Reichsbahnrates Erwin Sievers und seiner Ehefrau Wilma, geb. Schulze. Von 1944 bis 1967 habe ich bei meinen Eltern in Schleswig-Holstein gewohnt, zunächst in Meldorf, dann in Flensburg, wo ich 1950 eingeschult wurde und für ein Jahr die Volksschule besuchte, und seit 1951 in Rendsburg. Mein Vater war nach 1945 zunächst wieder Bahnbeamter und dann von 1952 bis zu seiner Pensionierung 1975 Dozent an der Ingenieur-Schule für Hoch- und Tiefbau in Eckernförde, die heute an die Fachhochschule Kiel angeschlossen ist.

Nach drei weiteren Jahren Volksschule besuchte ich von 1954 bis zum Abitur 1963 den altsprachlichen Zweig des staatlichen Gymnasiums in Rendsburg, der Herderschule. Anschließend leistete ich zwei Jahre Wehrdienst.

Das Studium der Physik nahm ich zum Sommersemester 1965 an der Universität Kiel auf und legte dort im Juli 1967 die Vordiplomprüfung ab. An der Universität Mainz setzte ich das Studium fort und trat Ende 1969 als Diplomand in die Arbeitsgruppe für Tieftemperaturphysik am Institut für Theoretische Physik ein, wo ich eine Arbeit über das Schallfeld einer Kolbenmembran anfertigte. Die Diplomprüfung legte ich im Dezember 1971 mit der Gesamtnote "sehr gut" ab.

Im Juni 1974 haben meine Frau Marianne, geb. Gutwein, und ich geheiratet, und am 14. März 1975 wurde unser Sohn Jan Uwe geboren.

Seit März 1972 bin ich wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Physik der Universität Mainz in der Arbeitsgruppe für Tieftemperaturphysik bei Prof. Dr. G. U. Schubert, und seit diesem Zeitpunkt arbeite ich auch an der jetzt vorgelegten Dissertationsschrift.

Ich besitze die deutsche Staatsangehörigkeit, und meine Adresse ist

Am Finkenschlag 15

6501 Essenheim

Danksagung

Für die Stellung des Themas und die Betreuung dieser Arbeit danke ich Herrn Prof. Dr. G. U. Schubert und Herrn Dr. H. Wiechert, Herrn Prof. Schubert insbesondere auch dafür, daß er mir durch die Anstellung als wissenschaftlicher Mitarbeiter die finanzielle Basis zur Anfertigung der Arbeit gegeben hat. Mein Dank gilt weiterhin allen Mitarbeitern der Arbeitsgruppe für Tieftemperaturphysik, die mir bei der Lösung experimenteller Probleme vielfach mit Rat und Tat zur Seite gestanden haben. Namentlich erwähnen möchte ich Herrn F. Kenntner, Herrn Dr. R. Schmidt und Herrn Dr. F. I. Buchholz. Mein Dank gilt schließlich meiner Frau Marianne, die viel Verständnis für die Erfordernisse der Arbeit gezeigt hat.

